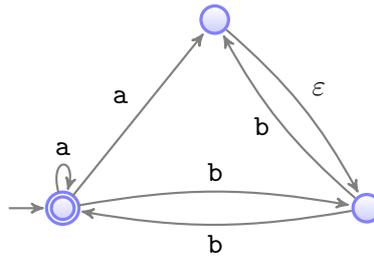


3.0/2.0 VU Formale Modellierung			
185.A06		1. Test SS 2023	
22. Mai 2023			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe A

Aufgabe 1 (4 Punkte) Geben Sie genau jene Wörter über dem Alphabet $\{a, b\}$ an, die höchstens drei Symbole besitzen und in der Sprache des folgenden endlichen Automaten liegen. (ε bezeichnet das Leerwort.)



Aufgabe 2 (4 Punkte) Zeigen Sie mit Hilfe algebraischer Umformungen, dass die beiden aussagenlogischen Formeln

$$(A \wedge B) \supset (\neg A \equiv B) \quad \text{und} \quad (\neg A \wedge (B \equiv C)) \vee (A \uparrow B)$$

äquivalent sind. Geben Sie die Zwischenschritte an, wobei dasselbe algebraische Gesetz in einem Schritt mehrfach angewendet werden kann.

Aufgabe 3 (6 Punkte) Die *Resolutionsregel* der Aussagenlogik lautet in vereinfachter Form: „Immer wenn sowohl $A \vee B$ als auch $\neg A \vee C$ wahr ist, ist auch $B \vee C$ wahr.“ Dabei können A, B, C als Aussagenvariablen aufgefasst werden. Aufgrund der Substitutionseigenschaft von Äquivalenzrelationen gilt die Regel aber auch, wenn die Variablen durch beliebige Formeln ersetzt werden.

- Zeigen Sie, dass die Resolutionsregel gültig ist.
- Erklären Sie, warum der Modus Ponens ein Spezialfall der Resolutionsregel ist. (Der Modus Ponens ist die Regel: „Aus F und $F \supset G$ folgt G ,“ wobei F und G beliebige Formeln sein können.)
- Wie kann man die Gültigkeit der Resolutionsregel mit Hilfe eines SAT-Solvers überprüfen?

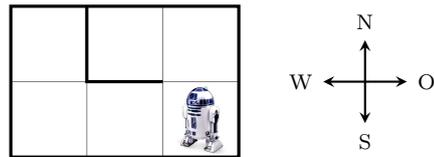
Aufgabe 4 (8 Punkte) Elon möchte ein neues Auto kaufen, wobei ihn nur Autos interessieren, die billig, rot oder schnell sind oder die einen Elektroantrieb haben. Das neue Auto soll mindestens zwei dieser Eigenschaften besitzen. Wenn das Auto schnell ist, soll es aber auf jeden Fall auch rot sein. Elon sieht sich im Internet um und stellt fest:

- Billige Autos sind nicht rot.
- Autos haben einen Elektroantrieb oder sind schnell, haben aber nie beide Eigenschaften zusammen.

- Autos mit Elektroantrieb sind nicht billig.
- Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der Aussagenvariablen an.
 - Findet Elon ein Auto, das alle Kriterien erfüllt? Wenn ja, mit welchen Eigenschaften? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (8 Punkte) Ein Roboter soll ein unterirdisches Labyrinth erkunden und wird an einem Seil hinabgelassen. Per Funk erhält er jeweils einen der vier Befehle „Geh nach Norden/Süden/Osten/Westen“, worauf er versucht, sich ein Feld in die befohlene Richtung zu bewegen. Gelingt ihm das, antwortet er „geschafft“. Ist der Weg durch eine Mauer versperrt, bleibt er auf seinem Feld und antwortet „kann nicht“.

Nehmen Sie an, dass die Höhle so aussieht wie rechts skizziert und dass sich der Roboter anfangs im südöstlichsten Teil befindet. Die dicken Linien markieren Wände.



Beispielsweise führen die Befehle „Gehe nach Norden“, „Gehe nach Osten“, „Gehe nach Westen“, „Gehe nach Süden“ (in dieser Reihenfolge) zu den Antworten „geschafft“, „kann nicht“, „geschafft“, „kann nicht“.

- Geben Sie an, welche Informationen notwendig sind, um die relevanten Aspekte der Situation des Roboters in der Höhle (den Zustand des Roboter-Höhle-Systems) zu beschreiben. Wieviele Zustände kann das Roboter-Höhle-System annehmen? Wieviele Zustände sind es im Allgemeinen, wenn die Höhle b Felder breit und l Felder lang ist? Wie lassen sich die Zustände kompakt bezeichnen, im Allgemeinen und in diesem speziellen Fall? Geben Sie die Menge der Zustände und den Startzustand an.
- Legen Sie die Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen, sowie die möglichen Reaktionen des Roboters. Definieren Sie ein entsprechendes Ein- und Ausgabalphabet.
- Geben Sie einen Mealy-Automaten an, der das Verhalten des Roboter-Höhle-Systems vollständig beschreibt. Sie können den Automaten graphisch oder tabellarisch spezifizieren.