3.0/2.0 VU Formale Modellierung			
185.A06	SS 2022	17. Jänner 2023	
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe

Aufgabe 1 (10 Punkte) Max ist ganz aufgeregt. Er darf an seinem Geburtstag mit seiner Familie und seinem besten Freund Acun in den Prater gehen. Fieberhaft überlegen die beiden, mit welchen Attraktionen sie fahren möchten. Die Auswahl ist groß, aber Max darf sich nicht mehr als drei aussuchen. Max stellt folgende Überlegungen an:

Ich will mit der Wildalpenbahn nur dann fahren, wenn ich auch mit dem Blumenrad fahren kann. Mit der Grottenbahn will ich auf jeden Fall fahren, mit der fährt meine Familie immer gemeinsam. Ich möchte mindestens mit einer Achterbahn fahren, am ehesten kommen da Megablitz und Wildalpenbahn in Frage. Megablitz und Blumenrad möchte ich nicht beide fahren, das ist mir zu wild, höchstens fahre ich mit einer davon. Wenn ich Megablitz fahre, dann auf jeden Fall auch mit der Wildalpenbahn.

- a) Drücken Sie die beschriebenen Wünsche mit allen Anhaltspunkte durch aussagenlogische Formeln aus. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Für welche Attraktionen entscheidet sich Max? Welche Varianten sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Spielt*, *Band*, *Laut* und *Musik* Prädikatensymbole und *pop* sowie *rock* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

```
Musik(x) \dots x ist eine Musikrichtung Spielt(x, y) \dots x spielt y Band(x) \dots x ist eine Band pop \dots Pop Laut(x) \dots x ist laut rock \dots Rock
```

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Es gibt laute Bands, die Rock aber nicht Pop spielen.
- b) Alle Bands spielen die gleiche laute Musik.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

```
\label{eq:loss} \begin{split} \mathcal{U} &= \{ \text{Abba}, \text{AC/DC}, \text{STS}, \text{KISS}, \text{Cure}, \text{Soul}, \text{Jazz}, \text{Pop}, \text{Reggae}, \text{Rock}, \text{Metal} \} \\ I(Band) &= \{ \text{Abba}, \text{AC/DC}, \text{STS} \} \\ I(Laut) &= \{ \text{AC/DC}, \text{KISS}, \text{Cure} \} \\ I(Musik) &= \{ \text{Pop}, \text{Rock}, \text{Metal}, \text{Soul}, \text{Jazz} \} \\ I(Spielt) &= \{ (\text{AC/DC}, \text{Rock}), (\text{AC/DC}, \text{Pop}), \quad (\text{STS}, \text{Rock}), (\text{STS}, \text{Jazz}), \\ &\quad (\text{KISS}, \text{Rock}), (\text{KISS}, \text{Metal}), (\text{KISS}, \text{Jazz}), \\ &\quad (\text{Cure}, \text{Rock}), (\text{Cure}, \text{Soul}) \} \\ I(reggae) &= \text{Reggae} \\ I(rock) &= \text{Rock} \end{split}
```

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

- c) $\forall x (Musik(x) \supset \exists y (Band(y) \land Spielt(x, y)))$
- d) $\forall x (Spielt(x, rock) \land \neg Spielt(x, reggae))$
- e) $\exists x \exists y (Band(x) \land Laut(x) \land Musik(y) \land Spielt(x, y))$
- f) $\exists x (Spielt(x, reggae) \supset Spielt(x, rock))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Drei Hobbits und drei Goblins treffen an einem Flussübergang zusammen. Alle wollen über den Fluss, es gibt aber nur ein Floß, das maximal zwei Kreaturen auf einmal transportieren kann. Das Floß kann nicht alleine über den Fluss, es muss von jemandem gesteuert werden.

Die Hobbits und die Goblins sind sich einig, dass alle über den Fluss sollen. Die Hobbits haben aber Vorbehalte: Wenn die Goblins auf einer Flussseite in der Überzahl sind, ärgern sie die Hobbits dort. Die Überquerung des Flusses soll also so erfolgen, dass sich auf keiner Flussseite je weniger Hobbits als Goblins aufhalten.

Modellieren Sie das Problem mit Hilfe eines endlichen Automaten, sodass sich aus diesem alle erlaubten Folgen von Überfahrten, inklusive der möglichen Lösungen, ablesen lassen. Gehen Sie folgendermaßen vor.

a) Welche Informationen sind erforderlich, um den momentanen Zustand des Systems nach einer beliebigen Zahl von Floßfahrten zu charakterisieren? Wählen Sie eine Notation zur kompakten Beschreibung von Systemzuständen. Geben Sie exemplarisch drei mögliche Zustände in dieser Notation an und erklären Sie, was diese bedeuten.

b) Geben Sie alle Aktionen an, die zu Zustandsänderungen führen. Wählen Sie eine kompakte Notation dafür und erklären Sie diese.

- c) Geben Sie einen endlichen Automaten in graphischer oder tabellarischer Form an, der das System mit allen zulässigen Überfahrten modelliert. Verwenden Sie dabei die Notationen, die Sie in den beiden ersten Schritten eingeführt haben. Was ist der Startzustand, was sind die Endzustände? Die vom endlichen Automaten akzeptierten Aktionsfolgen sollen genau jenen Folgen von Überfahrten entsprechen, die die Hobbits und Goblins von der einen zur anderen Flussseite bringen.
- d) Geben Sie zwei Wörter an, die Ihr Automat akzeptiert, und erklären Sie, welche Lösungen sich daraus für das ursprüngliche Problem ergeben.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Mit den drei Zeichen /, _ und \ lassen sich Bergsilhouetten¹ skizzieren, wie etwa die folgende:



Diese Silhouette lässt sich platzsparender auch in eine einzige Zeile zusammenschieben (komprimieren):

Wir legen fest, dass Silhouetten immer auf derselben Grundlinie aufhören, auf der sie begonnen haben, und dass kein Teil der Silhouette unter dieser Grundlinie liegt. Weiters kann es auf jeder Höhe beliebig breite Plateaus (Ebenen) geben. Ob die leere Silhouette bereits eine Silhouette darstellt, bleibt Ihnen überlassen.²

Sei \mathcal{S} die Menge aller Zeichenketten, die eine Silhouette in komprimierter Form darstellen.

- a) Beschreiben Sie die Sprache \mathcal{S} mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie Ebnf-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.
- b) Ist die leere Silhouette laut Ihrer Grammatik eine zulässige Silhouette? Begründen Sie Ihre Antwort.
- c) Zeigen Sie, dass die komprimierte Silhouette //\/_\ in der Sprache Ihrer Grammatik liegt.
- d) Handelt es sich bei \mathcal{S} um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

 $^{^1}Silhouette$ ist ein anderes Wort für Umriss.

²Inspiriert von einer Aufgabe von M.Schmidt-Schauß, Goethe-Universität Frankfurt.

mit null Punkten bewertet. a) Die Formel $(A \wedge B) \supset (A \wedge C)$ ist □ gültig □ erfüllbar □ widerlegbar \square unerfüllbar. b) Eine Formel F mit den Variablen A und B (und anderen) wird an die zwei SAT-Solver Minisat und Glucose übergeben. Minisat liefert die Interpretation I mit I(A) =I(B) = 0 als erfüllende Interpretation. Glucose liefert hingegen die Interpretation J mit J(A) = 1. Welche Schlüsse lassen sich daraus ziehen? (Variablen, die ein SAT-Solver in seiner Antwort nicht festlegt, können beliebig interpretiert werden.) Die Konsequenzbeziehung $\neg B \models F$ ist wahr. Die Formel F ist widerlegbar. Die Formel F könnte $A \supset B$ gewesen sein. Die Formel $A \supset F$ ist gültig. c) In welche Beziehung stehen die beiden regulären Sprachen, die durch folgende reguläre Ausdrücke in Posix-Notation beschrieben werden? Die durch c*[c] beschriebene Sprache ist eine echte Übermenge eine echte Untermenge der durch (ac*)*c beschriebenen Sprache. identisch mit unvergleichbar mit d) Die von der Grammatik $\langle \{S\}, \{a,b\}, \{S \to aSa \mid \varepsilon\}, S \rangle$ generierte Sprache ist endlich regulär kontextfrei e) Sei G die Grammatik $\langle \{S\}, \{a, b, c\}, \{S \to aSa \mid bS \mid c\}, S \rangle$. Welche der folgenden Wörter liegen in der von G generierten Sprache? abc abababcaaa bababacaa baabbacaaa

Aufgabe 5 (10 Punkte) Kreuzen Sie eine oder mehrere Antwortmöglichkeiten an. Es ist keine Begründung erforderlich. Die richtigen Antwortmöglichkeiten einer Teilaufgabe werden zusammen mit zwei Punkten bewertet. Bei mehreren richtigen Antwortmöglichkeiten teilen sich die Punkte entsprechend auf. Bei einer falschen Antwort wird die Teilaufgabe