

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2022 21. Juni 2022			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Dominik hat Geburtstag und wünscht sich von seinem Vater eine Torte. Dominik beschreibt die Dekoration der Geburtstagstorte.

Ich will auf jeden Fall Mandelsplitter haben. Wenn Zuckerperlen drauf sind, dann müssen auf jeden Fall auch noch Kakaoherzen und Gummibärchen auf die Torte! Falls Kakaoherzen auf der Torte sind, müssen drum herum Schokostreusel sein. Jedenfalls mag ich Schokostreusel oder Kakaoherzen auf der Torte, wenn möglich sogar beide. Zuckerperlen und Kakaoherzen dürfen aber nicht gemeinsam auf die Torte, das schmeckt komisch. Mandelsplitter will ich nur dann haben, wenn Gummibärchen drauf sind.

Dominiks Vater möchte nicht mehr als vier Deko-Elemente kaufen, da sonst zu viel davon übrig bleibt. Helfen Sie Dominiks Vater bei der Erstellung der Einkaufsliste.

- a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Welche Möglichkeiten ergeben sich für die Einkaufsliste? Lassen sich alle Anforderungen erfüllen? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien $Mag/2$, $Verein/1$, $Groß/1$ und $Maskottchen/1$ Prädikaten symbole und $dragi$ und $speedy$ Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$Mag(x, y) \dots x$ mag y	$Maskottchen(x) \dots x$ ist ein Maskottchen
$Verein(x) \dots x$ ist ein Verein	$dragi \dots dragi$
$Groß(x) \dots x$ ist groß	$speedy \dots speedy$

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Es gibt große Vereine, die Dragi nur mögen, wenn sie auch Speedy mögen.
- b) Es gibt Vereine, die alle großen Maskottchen mögen.

Sei weiters die folgende Interpretation I gegeben:

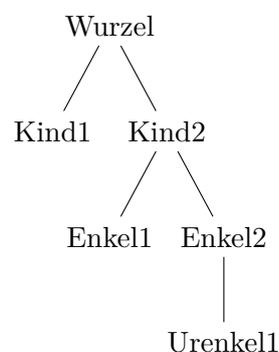
$$\begin{aligned} \mathcal{U} &= \{\text{Pirates, Dragons, Patrons, Mermaids, Dragi, Speedy, Hump,} \\ &\quad \text{Monsti, Champions, VFC}\} \\ I(\text{Verein}) &= \{\text{Pirates, Dragons, Patrons, Mermaids}\} \\ I(\text{Maskottchen}) &= \{\text{Dragi, Speedy, Hump}\} \\ I(\text{Groß}) &= \{\text{Monsti, Speedy, Champions, Hump, VFC}\} \\ I(\text{Mag}) &= \{(\text{Pirates, VFC}), (\text{Pirates, Monsti}), \\ &\quad (\text{Dragons, Hump}), (\text{Dragons, VFC}), (\text{Dragons, Monsti}), \\ &\quad (\text{Patrons, Hump}), (\text{Patrons, Speedy}), (\text{Patrons, VFC}), \\ &\quad (\text{Mermaids, VFC}), (\text{Mermaids, Dragi})\} \\ I(\text{vfc}) &= \text{VFC} \\ I(\text{champions}) &= \text{Champions} \end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

- c) $\forall x (Verein(x) \wedge Mag(x, vfc))$
- d) $\exists x \forall y ((Maskottchen(y) \wedge Groß(y)) \supset Mag(x, y))$
- e) $\forall x (Mag(x, vfc) \neq Mag(x, champions))$
- f) $\forall x (Maskottchen(x) \supset \exists y Mag(y, x))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Baumdiagramme können in \LaTeX mit dem Paket TikZ erstellt werden. Beispielsweise kann ein einfacher Baum mit vier Ebenen folgendermaßen beschrieben werden.

```
\begin{tikzpicture}
  \node{Wurzel}
    child{node{Kind1}}
    child{node{Kind2}
      child{node{Enkel1}}
      child{node{Enkel2}
        child{node{Urenkel1}}
      }
    }
  };
\end{tikzpicture}
```



Die Beschreibungen sind zwischen `\begin{tikzpicture}` und `\end{tikzpicture}` eingeschlossen. Jeder Knoten beginnt mit dem Schlüsselwort `node`. Danach folgt die Bezeichnung, die aus Buchstaben und Ziffern besteht, in geschwungenen Klammern. Im Anschluss an einen Knoten werden seine Unterbäume aufgelistet. Jeder Unterbaum beginnt mit dem Schlüsselwort `child`, dem in geschwungenen Klammern ein weiterer Knoten mit dessen Unterbäumen folgt. Dem Schlüsselwort `node` des Wurzelknotens geht ein verkehrter Schrägstrich (`\`) voraus; dem letzten Unterbaum folgt ein Strichpunkt (`;`).

Sei \mathcal{L} die Menge derartiger einfacher TikZ-Baumbeschreibungen. Spezifizieren Sie die Sprache \mathcal{L} mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

Handelt es sich bei \mathcal{L} um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Neulich bei den Galliern: Zur Unterhaltung des Dorfes wollen Asterix und Automatrix im Hinkelstein-Weitwurf gegeneinander antreten. Da Hinkelsteine ohne Doping zu schwer zum Werfen sind, braut Miraculix, der Druiden des Dorfes, einen Zaubertrank; der 4-Liter-Kessel ist randvoll. Damit der Wettkampf fair ist, sollen Asterix und Automatrix die gleiche Menge an Zaubertrank erhalten. Miraculix besitzt außer dem Kessel nur zwei leere Krüge, einen mit drei Litern und einen mit einem Liter Fassungsvermögen. Der Zaubertrank soll nun durch Hin- und Herschütten zwischen den Gefäßen in zwei gleich große Mengen aufgeteilt werden. Da Zaubertrank kostbar ist, darf dabei nichts verloren gehen.

Modellieren Sie dieses Problem mit Hilfe eines endlichen Automaten.

- a) Wodurch werden die Zustände des Systems charakterisiert, wie lassen sie sich kurz und prägnant bezeichnen? Was ist der Startzustand, was sind die Endzustände? Zählen Sie die möglichen Zustände auf.
- b) Wie lassen sich die Zustandsübergänge in diesem System beschreiben, welche Symbole gibt es im Alphabet des Automaten? Wählen Sie das Alphabet so, dass sich aus den Wörtern über diesem Alphabet die erforderlichen Umleervorgänge ablesen lassen.
- c) Geben Sie einen endlichen Automaten (tabellarisch oder graphisch) für das System an. Der Automat soll das gesamte System modellieren, nicht nur einen Lösungsweg.
- d) Geben Sie zwei Wörter an, die Ihr Automat akzeptiert, und erklären Sie, was diese Wörter für die Gallier bedeuten.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Der Tankvorgang an einer Selbstbedienungstankstelle besteht aus folgenden Schritten. Der Kunde fährt zu einer freien Zapfsäule und betankt das Auto. Anschließend begleicht er beim Tankwart die Rechnung. Nach dem Zahlen fährt der Kunde von der Zapfsäule weg und gibt sie damit für den nächsten Kunden frei.

Modellieren Sie eine Tankstelle mit zwei Zapfsäulen mit Hilfe eines Petri-Netzes. Berücksichtigen Sie alle Schritte des beschriebenen Ablaufs. Beachten Sie, dass an jeder Zapfsäule zu jedem Zeitpunkt höchstens ein Auto betankt werden kann und dass der Tankwart immer nur einen Bezahlvorgang durchführen kann. Nehmen Sie für die Anfangsmarkierung an, dass fünf Autos die Tankstelle nützen wollen. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben.