

<b>3.0/2.0 VU Formale Modellierung</b> 185.A06      SS 2021      14. Jänner 2022			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe <b>A</b>

**Aufgabe 1 (10 Punkte)** Marie und Pierre haben zur Matura von ihrem (offensichtlich recht wohlhabenden) Onkel Round-the-World-Tickets geschenkt bekommen. Nach kurzer Zeit haben sie die meisten Stopps festgelegt, nur bei Südamerika sind die beiden noch unschlüssig. Sie dürfen noch höchstens drei weitere Stopps machen. Zur Auswahl stehen Peru, Brasilien, Argentinien, Chile und Uruguay. Sie stellen folgende Überlegungen an:

Marie: „Wir müssen auf jeden Fall nach Peru zum Machu Picchu.“

Pierre: „Aber ich möchte auf jeden Fall auch noch in mindestens ein Land, von dem aus ich die Iguazu-Wasserfälle sehen kann!“ (Die Iguazu-Wasserfälle befinden sich an der Grenze zwischen Brasilien und Argentinien und können von beiden Ländern aus besucht bzw. besichtigt werden.)

Marie: „In Brasilien und Uruguay ist der Regenwald sehr ähnlich, diese Länder müssen wir nicht beide besuchen.“

Pierre: „Ich will aber nur nach Brasilien, wenn wir auch nach Chile fahren!“

Marie: „Wenn wir nach Brasilien fahren, will ich auch nach Argentinien.“

- a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Welche Länder in Südamerika werden die beiden bereisen, welche Kombinationen sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

**Aufgabe 2 (10 Punkte)** Seien *Besitzt*/2, *Agent*/1, *Waffe*/1 und *Gefährlich*/1 Prädikaten-symbole sowie *messer* und *pistole* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

<i>Agent</i> ( $x$ )	... $x$ ist ein Agent	<i>Besitzt</i> ( $x, y$ )	... $x$ besitzt $y$
<i>Waffe</i> ( $x$ )	... $x$ ist eine Waffe	<i>messer</i>	... Messer
<i>Gefährlich</i> ( $x$ )	... $x$ ist gefährlich	<i>pistole</i>	... Pistole

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Kein Agent besitzt alle Waffen.
- b) Alle gefährlichen Agenten besitzen Waffen aber kein Messer.

Sei weiters folgende Interpretation  $I$  gegeben.

$$\mathcal{U} = \{\text{JamesBond}, \text{CodyBanks}, \text{JasonBourne}, \text{EthanHunt}, \text{Dolch}, \text{Messer}, \text{Pistole}, \text{Flinte}, \text{Gift}\}$$
$$I(\text{Agent}) = \{\text{JamesBond}, \text{CodyBanks}, \text{JasonBourne}\}$$
$$I(\text{Waffe}) = \{\text{Messer}, \text{Pistole}, \text{Flinte}, \text{Gift}\}$$
$$I(\text{Gefährlich}) = \{\text{Messer}, \text{Flinte}\}$$
$$I(\text{Besitzt}) = \{(\text{JamesBond}, \text{Pistole}), (\text{JamesBond}, \text{Messer}), (\text{JamesBond}, \text{Gift}), \\ (\text{CodyBanks}, \text{Flinte}), (\text{CodyBanks}, \text{Messer}), (\text{CodyBanks}, \text{Pistole}), \\ (\text{JasonBourne}, \text{Messer}), (\text{JasonBourne}, \text{Pistole}), \\ (\text{EthanHunt}, \text{Messer}), (\text{EthanHunt}, \text{Gift})\}$$
$$I(\text{messer}) = \text{Messer}$$
$$I(\text{pistole}) = \text{Pistole}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation  $I$  wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c)  $\exists x (\text{Besitzt}(x, \text{messer}) \wedge \neg \text{Besitzt}(x, \text{pistole}))$

d)  $\forall x (\text{Agent}(x) \wedge \text{Besitzt}(x, \text{messer}))$

e)  $\exists x (\text{Waffe}(x) \supset \forall y (\text{Agent}(y) \wedge \text{Besitzt}(x, y)))$

f)  $\exists x \exists y (\text{Agent}(x) \wedge \text{Gefährlich}(y) \wedge \text{Besitzt}(x, y))$

**Aufgabe 3 (10 Punkte)** Zwei Unternehmen,  $A$  und  $B$ , besitzen jeweils ein Lager und einen Warenempfang. Fahrradboten transportieren Pakete vom Lager des einen Unternehmens zum Warenempfang des anderen. Ein Transport läuft immer nach demselben Muster ab: Beim Lager des einen Unternehmens wird das Fahrrad mit einem Paket beladen, dann fährt der Bote damit zum anderen Unternehmen, wo er es dem Empfang übergibt. Danach ist der Bote bereit, ein Paket von diesem Unternehmen zurück zum ersten Unternehmen zu transportieren. Jeder Bote bringt also abwechselnd ein Paket vom  $A$  nach  $B$  und danach ein anderes von  $B$  nach  $A$  (bzw. umgekehrt, wenn er beim Unternehmen  $B$  beginnt).

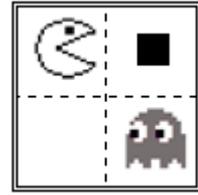
a) Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes. Wählen Sie die Anfangsmarkierung so, dass zu Beginn 4 Pakete im Lager  $A$  und 3 Pakete im Lager  $B$  auf Transport warten. Weiters stehen anfänglich zwei Boten beim Unternehmen  $A$  und einer beim Unternehmen  $B$  für Transporte zur Verfügung.

b) Dieses System hat den Nachteil, dass Boten unter Umständen untätig bei einem Unternehmen auf Pakete warten, während beim anderen Boten benötigt werden. Wie lässt sich Ihr Petri-Netz erweitern, um dieses Problem zu lösen?

**Aufgabe 4 (10 Punkte)** Bei Pac-Man, einem Videospiel aus den 1980ern, muss die Spielfigur Pac-Man Punkte in einem Labyrinth fressen, während sie von Geistern verfolgt wird. Pac-Man und jeder Geist kann pro Zug ein Feld nach oben, unten, links oder rechts bewegt werden, vorausgesetzt, es ist keine Mauer im Weg. Bewegt Pac-Man sich auf ein Feld mit einem Punkt, so frisst er diesen Punkt. Sind alle Punkte gefressen, gilt das Level als gewonnen. Befinden sich Pac-Man und ein Geist auf dem gleichen Feld, so wird Pac-Man vom Geist gefressen und das Spiel ist beendet. Befinden sich der letzte Punkt, Pac-Man

und ein Geist auf demselben Feld, hat der Geist Vorrang, d.h., Pac-Man verliert auch in diesem Fall.

Nehmen Sie an, dass das aktuelle Level, das Pac-Man bewältigen muss, so aussieht wie rechts skizziert. Zu Beginn befindet sich Pac-Man im linken oberen Feld, im rechten unteren Feld ist ein Geist und im rechten oberen Feld ist ein Punkt (schwarzes Quadrat). Rundherum ist eine Mauer (doppelte Linie).



- Welche Informationen sind notwendig, um den Zustand des Systems zu einem beliebigen Zeitpunkt zu beschreiben? Wie lässt sich diese Information kompakt anschreiben, um sie z.B. als Zustandsbeschriftung zu verwenden? Erklären Sie Ihre Notation und verwenden Sie sie zur Beschreibung des Anfangszustandes.
- Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen können. Erklären Sie Ihre Notation.
- Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Systemverhalten vollständig beschreibt. An Ihrem Automaten sollen sich alle Spielverläufe ablesen lassen inklusive dem Ergebnis, ob Pac-Man oder der Geist gewonnen hat. Gehen Sie davon aus, dass Pac-Man und der Geist abwechselnd je einen Zug machen, wobei Pac-Man beginnt.

**Aufgabe 5 (10 Punkte)** Kreuzen Sie eine oder mehrere Antwortmöglichkeiten an, bzw. geben Sie im Fall einer Online-Prüfung die Nummer(n) der Antwort(en) an. Es ist keine Begründung erforderlich. Die richtigen Antwortmöglichkeiten einer Teilaufgabe werden zusammen mit zwei Punkten bewertet. Bei mehreren richtigen Antwortmöglichkeiten teilen sich die Punkte entsprechend auf. Bei einer falschen Antwort wird die Teilaufgabe mit null Punkten bewertet.

- Die Formel  $(A \wedge B) \supset (A \wedge C)$  ist
  - gültig
  - erfüllbar
  - widerlegbar
  - unerfüllbar.
- Eine Formel  $F$  mit den Variablen  $A$  und  $B$  (und anderen) wird an die zwei SAT-Solver Minisat und Glucose übergeben. Minisat liefert die Interpretation  $I$  mit  $I(A) = I(B) = 0$  als erfüllende Interpretation. Glucose liefert hingegen die Interpretation  $J$  mit  $J(A) = 1$ . Welche Schlüsse lassen sich daraus ziehen? (Variablen, die ein SAT-Solver in seiner Antwort nicht festlegt, können beliebig interpretiert werden.)
  - Die Konsequenzbeziehung  $\neg B \models F$  ist wahr.
  - Die Formel  $F$  ist widerlegbar.
  - Die Formel  $F$  könnte  $A \supset B$  gewesen sein.
  - Die Formel  $A \supset F$  ist gültig.
- In welche Beziehung stehen die beiden regulären Sprachen, die durch folgende reguläre Ausdrücke in POSIX-Notation beschrieben werden?
 

Die durch  $c*[c]$  beschriebene Sprache ist

  - eine echte Übermenge
  - eine echte Untermenge
  - identisch mit
  - unvergleichbar mit

der durch  $(ac^*)*c$  beschriebenen Sprache.

d) Die von der Grammatik  $\langle \{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aSa \mid \varepsilon\}, S \rangle$  generierte Sprache ist

- (1)  endlich
- (2)  regulär
- (3)  kontextfrei

e) Sei  $G$  die Grammatik  $\langle \{S\}, \{a, b, c\}, \{S \rightarrow aSa \mid bS \mid c\}, S \rangle$ . Welche der folgenden Wörter liegen in der von  $G$  generierten Sprache?

- (1)  abc
- (2)  abababcaaaa
- (3)  bababacaaa
- (4)  baabbacaaa