

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2020 27. Juni 2020			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe A

Aufgabe 1 (10 Punkte) In der Klasse 7C soll ein Geografietest stattfinden. Doch als der Lehrer die Klasse betreten will, kann er die Tür nicht öffnen: sie wurde von innen mit Sesseln verbarrikadiert. Ein paar Tage später befragt die Direktorin die üblichen Verdächtigen um herauszufinden, wer bei diesem Streich beteiligt war. Anschließend hält sie folgende Eindrücke fest:

- Wenn Franz beteiligt war, dann sicher auch Karl und Sarah.
 - Wenn Sarah beteiligt war, dann war Elias sicher nicht dabei.
 - Franz oder Elias waren sicher mit von der Partie, vielleicht sogar beide.
 - Elias und Karl mögen einander gar nicht, die beiden waren sicher nicht gemeinsam beteiligt.
 - Franz war nur dann beteiligt, wenn Elias beteiligt war.
- a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Welche Personen verdächtigt die Direktorin, am Streich beteiligt gewesen zu sein? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Besitzt*/2, *Clown*/1, *Markenzeichen*/1 und *Lustig*/1 Prädikatensymbole sowie *hut*, *großeschuhe* und *peruecke* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

<i>Clown</i> (<i>x</i>)	... <i>x</i> ist ein Clown	<i>hut</i>	... Hut
<i>Markenzeichen</i> (<i>x</i>)	... <i>x</i> ist ein Markenzeichen	<i>großeschuhe</i>	... große Schuhe
<i>Lustig</i> (<i>x</i>)	... <i>x</i> ist lustig	<i>peruecke</i>	... Perücke
<i>Besitzt</i> (<i>x</i> , <i>y</i>)	... <i>x</i> besitzt <i>y</i>		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Alle Clowns besitzen zumindest ein lustiges Markenzeichen sowie einen Hut.
- b) Es gibt lustige Clowns, die alle Markenzeichen besitzen.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\mathcal{U} = \{\text{Enrico, Coco, Poppo, Zippo, Frosty, Pennywise, roteNase, großeSchuhe, Hut, Perücke, Spritzblume, dickerBauch}\}$$

$$I(\text{Clown}) = \{\text{Enrico, Coco, Frosty, Pennywise}\}$$

$$I(\text{Markenzeichen}) = \{\text{roteNase, großeSchuhe, Hut, Perücke, Spritzblume, dickerBauch}\}$$

$$I(\text{Lustig}) = \{\text{roteNase, großeSchuhe, Hut, Perücke, Enrico}\}$$

$$I(\text{Besitzt}) = \{(\text{Enrico, roteNase}), (\text{Enrico, Hut}), (\text{Enrico, dickerBauch}), (\text{Coco, dickerBauch}), (\text{Coco, Hut}), (\text{Frosty, Hut}), (\text{Frosty, roteNase}), (\text{Pennywise, Hut}), (\text{Pennywise, dickerBauch}), (\text{Spritzblume, großeSchuhe})\}$$

$$I(\text{hut}) = \text{Hut} \quad I(\text{großeschuhe}) = \text{großeSchuhe} \quad I(\text{peruecke}) = \text{Perücke}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x (\text{Besitzt}(x, \text{großeschuhe}) \wedge \neg \text{Besitzt}(x, \text{peruecke}))$

d) $\exists x (\text{Clown}(x) \supset \text{Besitzt}(x, \text{peruecke}))$

e) $\forall x (\text{Besitzt}(x, \text{hut}) \not\equiv \text{Besitzt}(x, \text{peruecke}))$

f) $\forall x ((\text{Clown}(x) \wedge \text{Lustig}(x)) \supset \exists y \text{Besitzt}(x, y))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Zwei Trolle und zwei Orks treffen an einem Fluss aufeinander. Alle wollen auf die andere Flussseite. Am Ufer liegt ein Floß, es trägt aber höchstens zwei Passagiere, daher müssen sie mehrmals fahren. Das Floß muss bei jeder Überfahrt von jemandem gesteuert werden. Da Trolle rauffustig sind, wollen die Orks unter allen Umständen vermeiden, dass einer von ihnen alleine mit beiden Trollen an einem der Ufer zurückbleibt. Wie können unter dieser Bedingung trotzdem alle vier Kreaturen an das andere Ufer gelangen?

a) Geben Sie an, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Systems (bestehend aus den vier Kreaturen, dem Floß und dem Fluss) zu beschreiben. Wie lässt sich der Start-, wie der Endzustand beschreiben?

b) Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen können.

c) Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Systemverhalten vollständig beschreibt.

d) Geben Sie basierend auf Ihrem Automaten eine Aktionsfolge an, die das System vom Anfangs- in einen Endzustand überführt und damit die Frage beantwortet.

Verwenden Sie zur Bezeichnung der Zustände und Aktionen kurze, sprechende Bezeichnungen (mit entsprechender Erklärung), um den Automaten verständlich zu gestalten.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Entwickeln Sie schrittweise ein Petri-Netz für die folgende Problemstellung. Geben Sie den Stellen und Transitionen sinnvolle Bezeichnungen, die ihre Rolle erklären.

- a) Eine zweispurige Brücke kann in beiden Richtungen von Fahrzeugen befahren werden. Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes, wobei die drei Fahrzeugpositionen vor, auf und nach der Brücke dargestellt werden sollen. Nehmen Sie an, dass die Brücke vier Fahrzeuge in der einen und zwei Fahrzeuge in der anderen Richtung überqueren wollen, die Brücke selber aber leer ist.
- b) Bei einer Inspektion der Brücke werden bauliche Mängel festgestellt, sodass sich von nun an nur mehr drei Fahrzeuge gleichzeitig auf der Brücke befinden dürfen (insgesamt, unabhängig von der Fahrtrichtung). Erweitern Sie Ihr Petri-Netz, sodass diese Bedingung eingehalten wird.
- c) Während der Reparatur ist die Brücke nur einspurig befahrbar. Damit es zu keinen Unfällen bzw. Blockaden kommt, werden auf beiden Seiten Ampeln aufgestellt, die abwechselnd auf grün schalten. Dabei dürfen die Ampeln erst umschalten, wenn die Brücke frei von Fahrzeugen ist. Fahrzeuge fahren nur dann auf die Brücke, wenn ihre Ampel grün zeigt (und sich noch keine drei Fahrzeuge auf der Brücke befinden). Erweitern Sie Ihr Petri-Netz um diese Ampeln und das beschriebene Verhalten.
- Hinweise: Ihr Petri-Netz wird weiterhin zwei „Spuren“ aufweisen, Sie müssen nur sicherstellen, dass sich die Fahrzeuge zu jedem Zeitpunkt nur in eine Richtung bewegen. Für diese Erweiterung benötigen Sie bei einigen Übergängen Gewichte, die größer als 1 sind.
- d) Nach der vorigen Teilaufgabe sollte Ihr Petri-Netz sicher sein, d.h., es sollte zu keinen Kollisionen auf der Brücke kommen können. Ist es aber auch fair? Was passiert, wenn aus der Richtung, die gerade grün hat, ständig weitere Fahrzeuge nachkommen? Wenn Ihr Petri-Netz trotzdem umschalten kann, sind Sie bereits fertig. Andernfalls erweitern Sie Ihre Ampeln um eine Phase, während der beide rot sind, sodass sich die Brücke leeren und anschließend die andere Richtung zum Zug kommen kann.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Kreuzen Sie eine oder mehrere Antwortmöglichkeiten an. Es ist keine Begründung erforderlich. Die richtigen Antwortmöglichkeiten einer Teilaufgabe werden zusammen mit zwei Punkten bewertet. Bei mehreren richtigen Antwortmöglichkeiten teilen sich die Punkte entsprechend auf. Bei einer falschen Antwort wird die Teilaufgabe mit null Punkten bewertet.

- a) Die Formel $(A \wedge B) \supset (A \wedge C)$ ist
 gültig erfüllbar widerlegbar unerfüllbar.
- b) Eine Formel F mit den Variablen A und B (und anderen) wird an die zwei SAT-Solver Minisat und Glucose übergeben. Minisat liefert die Interpretation I mit $I(A) = I(B) = 0$ als erfüllende Interpretation. Glucose liefert hingegen die Interpretation J mit $J(A) = 1$. Welche Schlüsse lassen sich daraus ziehen? (Variablen, die ein SAT-Solver in seiner Antwort nicht festlegt, können beliebig interpretiert werden.)
- Die Konsequenzbeziehung $\neg B \models F$ ist wahr.
- Die Formel F ist widerlegbar.
- Die Formel F könnte $A \supset B$ gewesen sein.
- Die Formel $A \supset F$ ist gültig.

c) In welche Beziehung stehen die beiden regulären Sprachen, die durch folgende reguläre Ausdrücke in POSIX-Notation beschrieben werden?

Die durch $c*[c]$ beschriebene Sprache ist

- eine echte Übermenge
- eine echte Untermenge
- identisch mit
- unvergleichbar mit

d) Die von der Grammatik $\langle \{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aSa \mid \varepsilon\}, S \rangle$ generierte Sprache ist

- endlich
- regulär
- kontextfrei

e) Sei G die Grammatik $\langle \{S\}, \{a, b, c\}, \{S \rightarrow aSa \mid bS \mid c\}, S \rangle$. Welche der folgenden Wörter liegen in der von G generierten Sprache?

- abc
- abababcaaaa
- bababacaaa
- baabbacaaa