

<b>3.0/2.0 VU Formale Modellierung</b> 185.A06      SS 2019      8. Jänner 2020			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe <b>A</b>

**Aufgabe 1 (10 Punkte)** Sechs Mitglieder der berüchtigten Panzerknacker-Bande verbüßen nach einem Raubzug eine Haftstrafe. *Babyface Knack* war nicht untätig und hat unter seinem Bett einen Fluchttunnel gegraben. Nun überlegt er, wen er mitnehmen soll. „Ich muss mindestens eine Person mitnehmen, die die Wärter im Auge behält. *Opa Knack* wird bereits nächste Woche entlassen, er wird daher den Ausbruch nicht riskieren. *Megabyte Knack* und *Karlchen Knack* streiten ständig miteinander, ich nehme sicher nicht beide zusammen mit. *Oma Knack* ist nicht gut zu Fuß, daher wird sie auf *Karlchen Knack* als Stütze bestehen, wenn sie mitkommt. *Schlabber Knack* tut nie das Gleiche wie *Karlchen Knack*; wenn *Karlchen Knack* mitkommt, bleibt er sicher da. *Megabyte Knack* kommt dann und nur dann mit, wenn *Oma Knack* oder *Karlchen Knack* mitkommen.“

- a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.
- b) Wer begleitet Babyface bei seinem Ausbruchsversuch? Begründen Sie Ihre Antwort(en) mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

**Aufgabe 2 (10 Punkte)** Seien *SchautAn*, *Kind*, *Lustig* und *Sendung* Prädikatensymbole und *teletubbies* und *spongebob* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

<i>SchautAn</i> ( $x, y$ ) ... $x$ schaut $y$ an	<i>Sendung</i> ( $x$ ) ... $x$ ist eine Fernsehserie
<i>Kind</i> ( $x$ ) ... $x$ ist ein Kind	<i>teletubbies</i> ... Teletubbies
<i>Lustig</i> ( $x$ ) ... $x$ ist lustig	<i>spongebob</i> ... Spongebob

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Es gibt lustige Kinder, die dann und nur dann Teletubbies schauen, wenn sie auch Spongebob schauen.
- b) Es gibt lustige Sendungen, die von allen Kinder geschaut werden.

Sei weiters folgende Interpretation  $I$  gegeben:

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &= \{\text{Tom, Anna, Flo, Karo, Spongebob, Teletubbies, Barbapapas,} \\ &\quad \text{12oder3, Niklas, Heidi}\} \\ I(\textit{Kind}) &= \{\text{Tom, Flo, Anna, Karo}\} \\ I(\textit{Lustig}) &= \{\text{Spongebob, Teletubbies, Barbapapas}\} \\ I(\textit{Sendung}) &= \{\text{12oder3, Teletubbies, Niklas, Barbapapas, Heidi}\} \\ I(\textit{SchautAn}) &= \{(\text{Tom, Heidi}), (\text{Tom, 12oder3}), \\ &\quad (\text{Flo, Barbapapas}), (\text{Flo, Heidi}), (\text{Flo, 12oder3}), \\ &\quad (\text{Anna, Barbapapas}), (\text{Anna, Teletubbies}), (\text{Anna, Heidi}), \\ &\quad (\text{Karo, Heidi}), (\text{Karo, Spongebob})\} \\ I(\textit{heidi}) &= \text{Heidi} \\ I(\textit{niklas}) &= \text{Niklas} \end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation  $I$  wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

- c)  $\forall x (\textit{Kind}(x) \wedge \textit{SchautAn}(x, \textit{heidi}))$   
d)  $\exists x \forall y ((\textit{Sendung}(y) \wedge \textit{Lustig}(y)) \supset \textit{SchautAn}(x, y))$   
e)  $\forall x (\textit{SchautAn}(x, \textit{heidi}) \neq \textit{SchautAn}(x, \textit{niklas}))$

**Aufgabe 3 (10 Punkte)** Die lineare Optimierung (auch lineare Programmierung genannt) beschäftigt sich mit der Optimierung linearer Zielfunktionen über Mengen, die durch lineare Gleichungen und Ungleichungen beschrieben werden können, das heißt, durch Gleichungen und Ungleichungen folgenden Typs:

$$\begin{aligned} a_1 \cdot v_1 + a_2 \cdot v_2 + a_3 \cdot v_3 + \dots &= b \\ a_1 \cdot v_1 + a_2 \cdot v_2 + a_3 \cdot v_3 + \dots &\leq b \end{aligned}$$

wobei  $a_1, a_2, a_3, \dots$  und  $b$  reelle Konstanten und  $v_1, v_2, v_3$  Variablen sind. Damit solche Optimierungsprobleme durch den Computer verarbeitet werden können, müssen die (Un)Gleichungen in maschinenlesbare Form gebracht werden. Variablen werden dabei durch das Symbol  $v$  gefolgt von einer oder mehreren Dezimalziffern dargestellt. Die reellen Konstanten werden durch arithmetische Ausdrücke dargestellt, die aus ganzzahligen Numeralen und Konstantensymbolen mittels Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division und Klammern gebildet werden können. Konstantensymbole werden durch das Symbol  $c$  gefolgt von einer oder mehreren Dezimalziffern dargestellt. Die arithmetischen Operationen werden durch die Symbole  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ ,  $=$  bzw.  $<=$  dargestellt. Die einzelnen Gleichungen und Ungleichungen werden durch einen Strichpunkt (;) getrennt.

Beispiel eines linearen Programms:

$$\begin{aligned} 7*v1 + 1*v2 + c3*v3 &<= 30; \\ (3*c100)*v3 + ((1-c1)/2)*v2 &= 42; \\ 41*v1 + (1-c1)*v2 &<= (c2+1/(10-c3)) \end{aligned}$$

Sei  $\mathcal{LP}$  die Menge aller Zeichenketten, die ein lineares Programm darstellen.

- a) Beschreiben Sie die Sprache  $\mathcal{LP}$  mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.
- b) Handelt es sich bei  $\mathcal{LP}$  um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 4 (10 Punkte)** Eine Fastfood-Kette bietet folgende Möglichkeiten um zu bestellen.

- Will man sein Auto nicht verlassen, fährt man zum *Drive-Thru* und gibt dort über eine Gegensprechanlage seine Bestellung bei einem Mitarbeiter auf. Anschließend fährt man zur Ausgabe, wo ein Mitarbeiter zuerst den offenen Betrag kassiert und anschließend die Bestellung aushändigt.
- Im Restaurant selbst gibt es drei weitere Möglichkeiten:
  - Wählt man die klassische Art zu bestellen, geht man zum *Counter* und gibt dort die Bestellung bei einem Mitarbeiter auf. Hat man bezahlt, so erhält man eine Abholnummer und wartet anschließend in der Abholzone auf die fertige Bestellung.
  - Alternativ geht man zu einem *Bestellterminal*, wählt dort am Bildschirm die gewünschten Speisen aus und zahlt anschließend mit Bankomatkarte. Dann erhält man eine Abholnummer und wartet anschließend in der Abholzone auf die fertige Bestellung.
  - Oder man bestellt und bezahlt via *Handy-App*. Auch in diesem Fall erhält man eine Abholnummer für die Abholzone.

Modellieren Sie dieses Bestellkonzept mit Hilfe eines Petri-Netzes mit folgenden Rahmenbedingungen: Es gibt drei Mitarbeiter, die flexibel beim Drive-Thru, am Counter und in der Abholzone eingesetzt werden. Es gibt einen Counter und ein Bestellterminal. Zu Beginn befinden sich zwei Autos am Drive-Thru und fünf Kunden im Eingangsbereich des Restaurants, die sich noch für eine der drei Möglichkeiten, im Restaurant zu bestellen, entscheiden müssen.

Hinweis: Überlegen Sie, wann ein Mitarbeiter in einen Prozess involviert ist und bilden Sie in Ihrem Netz ab, wann ein Mitarbeiter „belegt“ ist.

**Aufgabe 5 (10 Punkte)** Sind folgende Gleichungen für beliebige Sprachen  $L$  gültig? Falls ja, begründen Sie warum, falls nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an.

- a)  $L \cup \{\} = L \cdot \{\varepsilon\}$
- b)  $\{\varepsilon\} \cdot L^* = L^+$
- c)  $(L \cdot L)^* = L^* \cdot L^*$
- d)  $L^+ \cup \{\varepsilon\} = L^* \cdot \{\}$