

3.0/2.0 VU Formale Modellierung			
185.A06 SS 2019 25. September 2019			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Heinz möchte das Äußere seines Hauses neu streichen. Als Patriot will er für jeden der vier Bereiche Tür, Fensterrahmen, Wand und Dach nur eine der Farben rot oder weiß verwenden. Heinz stellt folgende Überlegungen an.

„Mindestens einer der vier Bereiche soll weiß sein, und mindestens zwei davon rot. Die Wand soll nur dann weiß sein, wenn die Tür rot ist. Tür und Fensterrahmen sollen aber nicht beide rot sein. Dach und Wand sollen jedenfalls nicht dieselbe Farbe erhalten.“

- Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- Welche Möglichkeiten hat Heinz unter diesen Umständen für die Farben von Tür, Fensterrahmen, Wand und Dach? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Empfehlung: Nützen Sie bei Ihrer Modellierung den Umstand aus, dass jeder Bereich, der nicht rot ist, weiß sein soll, und umgekehrt.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Beherbergt*/2, *Gefährlich*/1, *Tier*/1 und *Zoo*/1 Prädikaten-symbole sowie *elefant*, *löwe* und *schlange* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

<i>Beherbergt</i> (x, y) ... x beherbergt y	<i>elefant</i> ... Elefant
<i>Gefährlich</i> (x) ... x ist gefährlich	<i>löwe</i> ... Löwe
<i>Tier</i> (x) ... x ist ein Tier	<i>schlange</i> ... Schlange
<i>Zoo</i> (x) ... x ist ein Zoo	

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- Alle Zoos beherbergen Schlangen, Löwen oder beides.
- Es gibt einen Zoo, der alle gefährlichen Tiere beherbergt.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\mathcal{U} = \{\text{Affe, Berlin, Elefant, Krokodil, Löwe, München, Pinguin, Robbe, Salzburg, Schlange, Tiger, Wien}\}$$

$$I(\text{Beherbergt}) = \{(\text{Berlin, Affe}), (\text{Berlin, Löwe}), (\text{Berlin, Robbe}), (\text{München, Elefant}), (\text{München, Löwe}), (\text{Salzburg, Löwe}), (\text{Salzburg, Robbe}), (\text{Wien, Affe}), (\text{Wien, Krokodil}), (\text{Wien, Schlange}), (\text{Wien, Tiger})\}$$

$$I(\text{Gefährlich}) = \{\text{Affe, Krokodil, Löwe, Robbe}\}$$

$$I(\text{Tier}) = \{\text{Löwe, Pinguin, Robbe, Schlange, Tiger}\}$$

$$I(\text{Zoo}) = \{\text{Berlin, Salzburg, Wien}\}$$

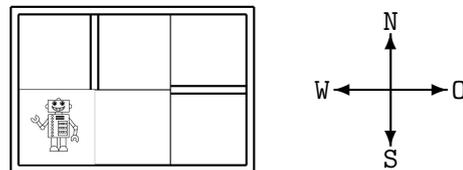
$$I(\text{löwe}) = \text{Löwe} \quad I(\text{schlange}) = \text{Schlange} \quad I(\text{elefant}) = \text{Elefant}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

- c) $\exists x \exists y (Zoo(x) \wedge Gefährlich(y) \wedge Beherbergt(x, y))$
- d) $\forall x (Beherbergt(x, schlange) \neq Beherbergt(x, löwe))$
- e) $\exists x (Zoo(x) \wedge Beherbergt(x, elefant) \wedge Beherbergt(x, löwe))$
- f) $\forall x \exists y (Zoo(x) \wedge Gefährlich(y) \wedge Beherbergt(x, y))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Ein Roboter wird in einem Labyrinth ausgesetzt, um es zu erkunden. Per Funk erhält er jeweils einen der Steuerbefehle N (Nord), S (Süd), W (West) und O (Ost), wodurch er versucht, sich um ein Feld in die angegebene Richtung weiterzubewegen. Gelingt ihm das, antwortet er 1 (ja). Ist der Weg durch eine Mauer versperrt, bleibt er auf dem ursprünglichen Feld und antwortet 0 (nein).

Nehmen Sie an, dass die Höhle so aussieht wie rechts skizziert und dass sich der Roboter zu Beginn links unten befindet. Die doppelten Linien markieren Wände. Die Eingabe NNOSSOOOOWNO führt dann beispielsweise zur Ausgabe 100101110111.



- a) Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um die momentane Situation des Roboters in der Höhle zu beschreiben. Wieviele Zustände kann das Roboter-Höhle-System annehmen? Wieviele Zustände sind es im Allgemeinen, wenn die Höhle b Felder breit und l Felder lang ist? Wie lassen sich die Zustände kompakt bezeichnen?
- b) Legen Sie die Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen, sowie die möglichen Reaktionen des Roboters. Definieren Sie ein entsprechendes Ein- und Ausgabealphabet.
- c) Geben Sie einen Mealy-Automaten an, der das Roboter-Höhle-System vollständig beschreibt. Sie können den Automaten graphisch oder tabellarisch spezifizieren.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Zwei Unternehmen, A und B , besitzen jeweils ein Lager und einen Warenempfang. Fahrradboten transportieren Pakete vom Lager des einen Unternehmens zum Warenempfang des anderen. Ein Transport läuft immer nach demselben Muster ab: Beim Lager des einen Unternehmens wird das Fahrrad mit einem Paket beladen, dann fährt der Bote damit zum anderen Unternehmen, wo er es dem Empfang übergibt. Danach ist der Bote bereit, ein Paket von diesem Unternehmen zurück zum ersten Unternehmen zu transportieren. Jeder Bote bringt also abwechselnd ein Paket vom A nach B und danach ein anderes von B nach A (bzw. umgekehrt, wenn er beim Unternehmen B beginnt).

- a) Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes. Wählen Sie die Anfangsmarkierung so, dass zu Beginn 4 Pakete im Lager A und 3 Pakete im Lager B auf Transport warten. Weiters stehen anfänglich zwei Boten beim Unternehmen A und einer beim Unternehmen B für Transporte zur Verfügung.
- b) Dieses System hat den Nachteil, dass Boten unter Umständen untätig bei einem Unternehmen auf Pakete warten, während beim anderen Boten benötigt werden. Wie lässt sich Ihr Petri-Netz erweitern, um dieses Problem zu lösen?

Aufgabe 5 (10 Punkte) Brüche können im Textsatzsystem \LaTeX mit dem Befehl

$$\text{\frac{Zaehler}{Nenner}}$$

dargestellt werden. Für diese Aufgabe nehmen wir an, dass *Zaehler* und *Nenner* nur ganze Zahlen, weitere Brüche sowie Summen und Differenzen solcher Zahlen und Brüche sein können. Der gesamte Ausdruck muss entweder zwischen \(und \) oder zwischen \[und \] gestellt werden, damit \LaTeX weiß, ob der Bruch im Fließtext oder auf einer eigenen Zeile gesetzt werden soll.

Einige Beispiele für derartige Brüche mit dem entsprechenden \LaTeX -Code (wobei allerdings der Unterschied zwischen Fließtext und eigener Zeile, also zwischen $\text{\(}\cdots\text{\)}$ und $\text{\[}\cdots\text{\]}$ nicht sichtbar ist):

$$\begin{array}{ll} \frac{5}{2} & \text{\(\frac{5}{2}\)} \\ \frac{7}{8-2} & \text{\[\frac{7}{8-2}\]} \\ \frac{\frac{1}{2+5}-1}{1+\frac{1}{25-6}} & \text{\[\frac{\frac{1}{2+5}-1}{1+\frac{1}{25-6}}\]} \\ \frac{15}{1+\frac{1}{1+3}} & \text{\(\frac{15}{1+\frac{1}{1+3}}\)} \end{array}$$

Sei \mathcal{B} die Menge aller derartigen \LaTeX -Brüche.

- Beschreiben Sie die Sprache \mathcal{B} mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.
- Handelt es sich bei \mathcal{B} um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.