

<b>3.0/2.0 VU Formale Modellierung</b> 185.A06                      SS 2019                      18. Juni 2019			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe <b>A</b>

**Aufgabe 1 (10 Punkte)** Marie und Pierre haben zur Matura von ihrem (offensichtlich recht wohlhabenden) Onkel Round-the-World-Tickets geschenkt bekommen. Nach kurzer Zeit haben sie die meisten Stopps festgelegt, nur bei Südamerika sind die beiden noch unschlüssig. Sie dürfen noch höchstens drei weitere Stopps machen. Zur Auswahl stehen Peru, Brasilien, Argentinien, Chile und Uruguay. Sie stellen folgende Überlegungen an:

Marie: „*Wir müssen auf jeden Fall nach Peru zum Machu Picchu.*“

Pierre: „*Aber ich möchte auf jeden Fall auch noch in mindestens ein Land, von dem aus ich die Iguazu-Wasserfälle sehen kann!*“ (Die Iguazu-Wasserfälle befinden sich an der Grenze zwischen Brasilien und Argentinien und können von beiden Ländern aus besucht bzw. besichtigt werden.)

Marie: „*Fahren wir entweder nach Brasilien oder nach Uruguay, da ist der Regenwald sehr ähnlich, die müssen wir nicht beide besuchen.*“

Pierre: „*Ich will aber nur nach Brasilien, wenn wir auch nach Chile fahren!*“

Marie: „*Wenn wir nach Brasilien fahren, will ich auch nach Argentinien.*“

- a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Welche Länder in Südamerika werden die beiden bereisen, welche Kombinationen sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

**Aufgabe 2 (10 Punkte)** Seien *Spielt/2*, *DJ/1*, *Laut/1* und *Musik/1* Prädikatensymbole und *electro* und *funk* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

<i>Spielt</i> ( $x, y$ ) ... $x$ spielt $y$	<i>electro</i> ... Electro
<i>DJ</i> ( $x$ ) ... $x$ ist ein DJ	<i>funk</i> ... Funk
<i>Laut</i> ( $x$ ) ... $x$ ist laut	
<i>Musik</i> ( $x$ ) ... $x$ ist eine Musikrichtung	

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Alle lauten DJs spielen Electro und Funk.
- b) Es gibt DJs, die alle lauten Musikrichtungen spielen.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\mathcal{U} = \{\text{Hardwell, Axwell, Afrojack, Skrillex, Zedd, Funk, Electro, Gothic, Indie, Urban, Talk, Alesso}\}$$

$$I(DJ) = \{\text{Alesso, Hardwell, Axwell}\}$$

$$I(Laut) = \{\text{Hardwell, Axwell, Funk, Electro}\}$$

$$I(Musik) = \{\text{Funk, Electro, Urban, Indie, Skrillex}\}$$

$$I(Spielt) = \{(\text{Alesso, Electro}), (\text{Alesso, Garfield}), (\text{Hardwell, Electro}), (\text{Hardwell, Urban}), (\text{Axwell, Electro}), (\text{Axwell, Indie}), (\text{Axwell, Talk}), (\text{Afrojack, Funk}), (\text{Afrojack, Indie})\}$$

$$I(funk) = \text{Funk}$$

$$I(electro) = \text{Electro}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation  $I$  wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

- c)  $\exists x Spielt(x, funk)$
- d)  $\forall x Spielt(x, electro)$
- e)  $\exists x \exists y (Musik(x) \wedge DJ(y) \wedge Laut(y) \wedge Spielt(x, y))$
- f)  $\forall x (DJ(x) \supset \exists y (Musik(y) \wedge Spielt(x, y)))$

**Aufgabe 3 (10 Punkte)** Zwei Mönche und zwei Kannibalen treffen an einem Fluss aufeinander, den sie überqueren wollen. Am Ufer liegt ein Boot, das höchstens zwei Passagiere aufnehmen kann. Wie gelangen alle vier Personen an das andere Ufer, wenn vermieden werden soll, dass ein einzelner Mönch mit zwei Kannibalen (Gefahr für den Mönch!) alleine an einem der Ufer zurückbleibt?

- Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Systems (bestehend aus den vier Personen, dem Boot und dem Fluss) zu beschreiben.
- Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen können.
- Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Systemverhalten vollständig beschreibt.
- Geben Sie eine Aktionsfolge an, die das System vom Anfangs- in einen Endzustand überführt und damit die Frage beantwortet.

Anregung: Verwenden Sie zur Bezeichnung der Zustände und Aktionen kurze, sprechende (mnemotechnische) Bezeichnungen. Eine Durchnummerierung mit Zahlen oder Buchstaben ist zwar möglich, mindert aber die Lesbarkeit des Automaten.

**Aufgabe 4 (10 Punkte)** Die JavaScript Object Notation (JSON) ist ein kompaktes Datenformat in einer einfach lesbaren Textform zur Übertragung und zum Speichern von strukturierten Daten.<sup>1</sup> JSON kennt folgende Datentypen.

*Nullwert:* wird durch das Schlüsselwort `null` dargestellt.

<sup>1</sup>Inspiziert von [https://de.wikipedia.org/wiki/JavaScript\\_Object\\_Notation](https://de.wikipedia.org/wiki/JavaScript_Object_Notation)

*Boolescher Wert:* wird durch die Schlüsselwörter `true` bzw. `false` dargestellt.

*Zahl:* ist eine Folge der Ziffern 0 bis 9. Diese Folge kann durch ein negatives Vorzeichen (-) eingeleitet und einen Dezimalpunkt (.) unterbrochen sein. Die Zahl kann durch die Angabe eines Exponenten ergänzt werden. Dieser beginnt mit dem Buchstaben `e` oder `E`, danach folgt ein Vorzeichen (+ oder -) und eine Folge der Ziffern 0 bis 9.

*Zeichenkette:* beginnt und endet mit doppelten geraden Anführungszeichen ("). Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass Zeichenketten nur Groß- und Kleinbuchstaben, Ziffern und Bindestriche enthalten können.

*Array:* beginnt mit [ und endet mit ]. Es enthält eine durch Kommata getrennte Liste von Werten gleichen oder verschiedenen Typs. Leere Arrays sind zulässig.

*Objekt:* beginnt mit { und endet mit }. Es enthält eine durch Kommata getrennte Liste von Eigenschaften. Objekte ohne Eigenschaften (leere Objekte) sind zulässig. Jede Eigenschaft besteht aus einem Schlüssel und einem Wert, getrennt durch einen Doppelpunkt (Schlüssel:Wert). Der Schlüssel ist eine Zeichenkette, der Wert ist einer der Datentypen.

*Beispiel für ein JSON-Objekt:*

```
{ "Herausgeber": "Xema",
  "Nummer": "1234-5678-9012-3456",
  "Deckung": 2e+6,
  "Waehrung": "EURO",
  "Inhaber":
  { "Name": "Mustermann",
    "Vorname": "Max",
    "maennlich": true,
    "Hobbys": ["Reiten", "Golfen", "Lesen"],
    "Alter": 42,
    "Kinder": [],
    "Partner": null
  }
}
```

Sei  $\mathcal{J}$  die Menge aller Zeichenketten, die ein JSON-Objekt darstellen, wobei wir Leerzeichen und Zeilenumbrüche nicht berücksichtigen.

- Beschreiben Sie die Sprache  $\mathcal{J}$  mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren. Verwenden Sie einfache Anführungszeichen zur Kennzeichnung von Terminalsymbolen, da die doppelten Teil der Sprache sind.
- Handelt es sich bei  $\mathcal{J}$  um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 5 (10 Punkte)** SAT-Solver sind Programme, die als Eingabe eine Formel in konjunktiver Normalform erwarten und diese auf Erfüllbarkeit testen. Als Ausgabe liefern sie die Information „erfüllbar“ bzw. „unerfüllbar“. Im ersten Fall wird eine erfüllende Variablenbelegung als Nachweis für die Erfüllbarkeit ausgegeben.

Beispiel: Für die konjunktive Normalform  $(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$  liefern SAT-Solver die Antwort „erfüllbar“ und eine der Variablenbelegungen  $I_1(A) = I_1(B) = 1$  oder  $I_2(A) = I_2(B) = 0$ .

Angenommen Sie und Ihre Kollegin modellieren das gleiche aussagenlogische Problem. Sie können sich zwar über die benötigten Aussagenvariablen und ihre Bedeutung einigen, für die Problembeschreibung benötigen Sie aber zwei Formeln  $F$  und  $G$ , während Ihre Kollegin mit einer einzigen Formel  $H$  auskommt, die ganz anders aussieht als Ihre Formeln.

- a) Wie können Sie mit Hilfe eines SAT-Solvers überprüfen, ob die beiden Beschreibungen gleichwertig (semantisch äquivalent) sind? Beschreiben Sie alle erforderlichen Schritte.
- b) Was bedeutet es, wenn der SAT-Solver eine erfüllende Variablenbelegung findet? Was lässt sich über den Wahrheitswert der ursprünglichen Formeln  $F$ ,  $G$  und  $H$  in dieser Variablenbelegung sagen?