3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2018 9. Jänner 2019			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Camille ist mit ihren Eltern über das Wochenende in ein Thermenhotel gefahren. Dort darf sie sich bei dem reichhaltigen Frühstücksbuffet selbst ihr Frühstück zusammenstellen. Camille ist davon sehr begeistert und teilt ihrem Vater sofort mit, was sie sich denn alles nehmen könnte:

> *Ich will entweder Tee oder Müsli ... beides auf keinen Fall, das schmeckt nicht gut. Ich will Baked Beans ... oder Eierspeise ... hmm ... oder sogar beides! Wenn ich Müsli nehme, dann auf jeden Fall Orangensaft, aber keine Baked Beans. Aber wenn ich Tee nehme, dann will ich Eierspeise und Baked Beans!*

Der Vater bremst ihren Enthusiasmus ein wenig:

> *Such dir bitte höchstens zwei Speisen und genau ein Getränk aus!*

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Für welche Speisen bzw. welches Getränk entscheidet sich Camille, welche Kombinationen sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Spielt*, *Kind*, *Lustig* und *Spiel* Prädikatensymbole und *kakerlak* und *geistesblitz* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Spielt}(x,y)$	... x spielt y	$\mathit{Spiel}(x)$	... x ist ein Spiel
$\mathit{Kind}(x)$	... x ist ein Kind	$\mathit{kakerlak}$	... Kakerlak
$\mathit{Lustig}(x)$	... x ist lustig	$\mathit{geistesblitz}$	... Geistesblitz

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Es gibt lustige Kinder, die dann und nur dann Kakerlak spielen, wenn sie auch Geistesblitz spielen.

b) Es gibt ein lustiges Spiel, das von allen Kindern gespielt wird.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Yasin}, \text{Marie}, \text{Heinz}, \text{Thomas}, \text{Stefan}, \text{Uno}, \text{Obstgarten},\\
&\qquad \text{Kakerlak}, \text{Geistesblitz}, \text{Krokodoc}\}\\
I(\mathit{Kind}) &= \{\text{Yasin}, \text{Heinz}, \text{Thomas}, \text{Stefan}\}\\
I(\mathit{Lustig}) &= \{\text{Yasin}, \text{Uno}, \text{Kakerlak}, \text{Geistesblitz}\}\\
I(\mathit{Spiel}) &= \{\text{Kakerlak}, \text{Geistesblitz}, \text{Uno}\}\\
I(\mathit{Spielt}) &= \{(\text{Marie}, \text{Uno}), (\text{Yasin}, \text{Uno}), (\text{Yasin}, \text{Kakerlak}),\\
&\qquad (\text{Thomas}, \text{Kakerlak}), (\text{Thomas}, \text{Uno}), (\text{Thomas}, \text{Obstgarten}),\\
&\qquad (\text{Heinz}, \text{Kakerlak}), (\text{Heinz}, \text{Krokodoc}), (\text{Heinz}, \text{Obstgarten}),\\
&\qquad (\text{Stefan}, \text{Uno}), (\text{Stefan}, \text{Kakerlak})\}\\
I(\mathit{uno}) &= \text{Uno} \qquad I(\mathit{krokodoc}) = \text{Krokodoc}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

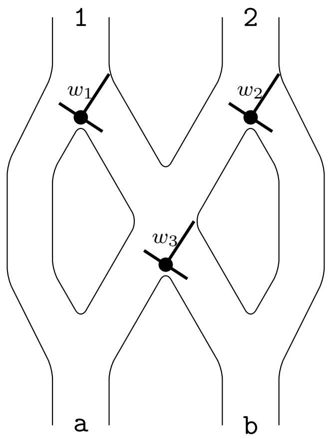
c) $\exists x \exists y\, (\mathit{Kind}(x) \land \mathit{Spiel}(y) \land \mathit{Spielt}(y, x))$

d) $\forall x\, (\mathit{Kind}(x) \supset \mathit{Spielt}(x, \mathit{kakerlak}))$

e) $\exists x \forall y\, ((\mathit{Spiel}(y) \land \mathit{Lustig}(y)) \supset \mathit{Spielt}(x, y))$

f) $\forall x\, (\mathit{Spielt}(x, \mathit{uno}) \not\equiv \mathit{Spielt}(x, \mathit{krokodoc}))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Max erhält zu Weihnachten ein Knobelspiel, das aus einem Würfel und einer Murmel (Glaskugel) besteht. Der Würfel besitzt oben und unten jeweils zwei Löcher. Wirft man die Murmel bei einem der beiden oberen Löcher hinein, kommt sie bei einem der beiden unteren wieder heraus. Die Rätsel besteht nun darin vorherzusagen, bei *welchem* der beiden Löcher sie unten auftauchen wird.
Am Ende der Weihnachtsferien verliert Max schließlich die Geduld und zerlegt den Würfel. Er macht folgende Skizze vom Inneren des Würfels.



Die Löcher oben bezeichnet er mit `1` und `2`, die beiden unten mit `a` und `b`. Dort, wo sich die Murmelbahnen gabeln, befinden sich Weichen (w_1 bis w_3), die eine Bahn offen lassen und die andere verschließen. Kommt die Murmel an diese Stelle, kann sie nur die offene Bahn nehmen. Sobald die Murmel an der Weiche vorbei ist, schaltet sie durch einen

kleinen Hebel die Weiche hinter sich um, sodass die Murmel das nächste Mal an dieser Stelle die andere Abzweigung nehmen muss. Bei der Weichenstellung laut Skizze wird die Murmel bei jeder Weiche nach links geleitet, sodass sie von beiden Eingängen, `1` und `2`, zum Ausgang `a` gelangt. Beim Weg von `1` nach `a` wird dabei Weiche w_1 umgeschaltet, beim Weg von `2` nach `a` werden hingegen die Weichen w_2 und w_3 beide umgeschaltet.
Die Reihenfolge, in der die Murmel in die beiden Löcher oben geworfen wird, lässt sich durch ein Wort über $\{\mathtt{1}, \mathtt{2}\}$ beschreiben. Etwa bedeutet `121`, dass die Murmel zuerst in das Loch `1`, dann in das Loch `2` und zuletzt wieder in das Loch `1` geworfen wird. Analog lässt sich die Reihenfolge der Löcher, bei denen die Murmel unten herauskommt, durch ein Wort über $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$ beschreiben. Stehen die Weichen zu Beginn so wie in der Skizze gezeigt, dann führt das Eingabewort `121` zur Ausgabe `aab`.
Modellieren Sie das Verhalten dieses Spiels mit Hilfe eines Mealy-Automaten, der `1`/`2`- in `a`/`b`-Wörter umwandelt. Verwenden Sie die skizzierte Weichenstellung als Anfangszustand. Sie können die Übergangs- und Ausgabefunktion graphisch oder als Tabelle darstellen.
Berechnen Sie weiters $\gamma^*(q_0, \mathtt{0010011})$, wobei γ die Ausgabefunktion und q_0 den Anfangszustand Ihres Automaten bezeichnet.[1]

Aufgabe 4 (10 Punkte) Einfache Dokumente im Textsatzsystem LaTeX beginnen mit den Zeilen

`\documentclass` *Optionen* {*Art*}
`\begin{document}`

Danach folgt der eigentliche Dokumenteninhalt und die Schlusszeile

`\end{document}`

Art ist ein einzelner Name, wobei ein Name eine nicht-leere Folge von Ziffern, Klein- und Großbuchstaben ist. Die *Optionen* können entweder ganz fehlen oder sie sind eine in eckigen Klammern eingeschlossene nicht-leere Folge von Namen, die durch Beistriche getrennt werden.
Der Dokumentinhalt ist eine möglicherweise leere Folge von Texten, Aufzählungen und punktierten Listen in beliebiger Reihenfolge. Ein Text ist eine nicht-leere Folge von Buchstaben, Ziffern, Leerzeichen, Kommas, Punkten und Doppelpunkten. Aufzählungen beginnen mit

`\begin{enumerate}`

und enden mit

`\end{enumerate}`

Dazwischen liegt eine nicht-leere Folge von Listeneinträgen. Ein Listeneintrag besteht aus dem Kommando `\item` gefolgt von Texten, Aufzählungen und punktierten Listen in beliebiger Reihenfolge. Ist der Listeneintrag leer, besteht er nur aus `\item`. Eine punktierte Liste ist genauso aufgebaut wie eine Aufzählung, außer dass sie mit `\begin{itemize}` beginnt und mit `\end{itemize}` endet.
Ein Beispiel für ein derartiges Dokument ist das folgende.

```
\documentclass[a4paper,12pt]{article}
\begin{document}
Ich bin ein Text, dem eine punktierte Liste folgt:
```

[1] Inspiriert von einer Aufgabe unter `bytesoftheday.wordpress.com/category/theory-of-computation/`

```
\begin{itemize}
\item Listeneintrag
\item Aufzählung innerhalb eines Listeneintrags:
      \begin{enumerate}
      \item Schon wieder ein Eintrag.
      \end{enumerate}
\end{itemize}
\end{document}
```

Das Beispieldokument ist von der Art `article` mit den beiden Optionen `a4paper` und `12pt`. Der Dokumenteninhalt besteht aus einem Text und einer punktierten Liste. Diese enthält zwei Einträge, wobei der erste aus einem Text und der zweite aus einem Text und einer Aufzählung besteht. Die Aufzählung enthält nur einen Listeneintrag.
Sei $\mathcal{L}$ die Menge all solcher einfachen LaTeX-Dokumente.

a) Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{L}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

b) Handelt es sich bei $\mathcal{L}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck beschreiben? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Konstruieren Sie zu folgendem endlichen Automaten einen regulären Ausdruck. Orientieren Sie sich am Algorithmus, der in der Vorlesung besprochen wurde und geben Sie den Automaten nach jeder Zustandselimination an!