

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 WS 2017/SS 2018 25. Sep. 2018			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Max ist ganz aufgeregt. Er darf an seinem Geburtstag mit seiner Familie und seinem besten Freund Acun in den Prater gehen. Fieberhaft überlegen die beiden, mit welchen Attraktionen sie fahren möchten. Die Auswahl ist groß, aber Max darf sich nicht mehr als drei aussuchen. Max stellt folgende Überlegungen an:

Ich will mit der Wildalpenbahn nur dann fahren, wenn ich auch mit dem Blumenrad fahren kann. Mit der Grottenbahn will ich auf jeden Fall fahren, mit der fährt meine Familie immer gemeinsam. Ich möchte mindestens mit einer Achterbahn fahren, am ehesten kommen da Megablitz und Wildalpenbahn in Frage. Megablitz und Blumenrad möchte ich nicht beide fahren, das ist mir zu wild, höchstens fahre ich mit einer davon. Wenn ich Megablitz fahre, dann auf jeden Fall auch mit der Wildalpenbahn.

- a) Drücken Sie die beschriebenen Wünsche mit allen Anhaltspunkte durch aussagenlogische Formeln aus. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Für welche Attraktionen entscheidet sich Max? Welche Varianten sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien $Mag/2$, $Person/1$, $Film/1$ und $Animiert/1$ Prädikaten-symbole sowie $bambi$ und $arielle$ Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$Person(x)$... x ist eine Person	$Mag(x,y)$... x mag y
$Film(x)$... x ist ein Film	$bambi$... Bambi
$Animiert(x)$... x ist animiert	$arielle$... Arielle

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Es gibt Personen, die weder Bambi noch Arielle mögen.
- b) Alle Personen, die Bambi mögen, mögen alle animierten Filme.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}\mathcal{U} &= \{\text{Tom, Max, Anna, Pia, Flo, Fantasia, Bambi, Arielle, Mulan, Dumbo}\} \\ I(\text{Person}) &= \{\text{Fantasia, Tom, Max, Anna, Pia, Flo}\} \\ I(\text{Film}) &= \{\text{Bambi, Arielle, Mulan, Dumbo}\} \\ I(\text{Animiert}) &= \{\text{Bambi, Mulan, Fantasia}\} \\ I(\text{Mag}) &= \{(\text{Tom, Bambi}), (\text{Tom, Mulan}), \\ &\quad (\text{Max, Dumbo}), (\text{Max, Arielle}), (\text{Max, Fantasia}), \\ &\quad (\text{Anna, Bambi}), (\text{Anna, Dumbo}), (\text{Pia, Bambi}), \\ &\quad (\text{Flo, Arielle}), (\text{Flo, Mulan})\} \\ I(\text{bambi}) &= \text{Bambi} \\ I(\text{arielle}) &= \text{Arielle}\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

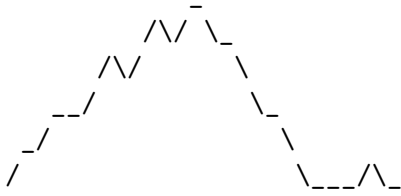
- c) $\forall x (Person(x) \supset \exists y (Film(y) \wedge Animiert(y) \wedge Mag(x, y)))$
d) $\exists x \exists y (Person(x) \wedge Animiert(y) \wedge \neg Mag(x, y))$
e) $\forall x (Mag(x, bambi) \neq Mag(x, arielle))$
f) $\forall x (Person(x) \supset \exists y (Animiert(y) \wedge Mag(x, y)))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Drei Zauberer wollen nach Hause zu ihrer Höhle, der Weg wird ihnen aber von einem dichten violetten Nebel versperrt. Mithilfe einer Zauberlaterne können sie im Nebel sehen und den Weg finden. Die Laterne leuchtet aber nur hell genug, um zwei Zauberern gleichzeitig den Weg zur Höhle zeigen zu können. Die drei Zauberer sind unterschiedlich gut zu Fuß. Der rote Zauberer benötigt für die Strecke 10 Minuten und der gelbe 20 Minuten. Der blaue Zauberer hat sich den Knöchel verstaucht und braucht sogar eine Stunde und 40 Minuten.¹

- Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Systems zu beschreiben.
- Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen können.
- Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Systemverhalten vollständig beschreibt. Aus dem Automaten sollen sich alle Möglichkeiten ablesen lassen, wie die Zauberer nach Hause kommen können.
- Fügen Sie bei den einzelnen Übergängen die Zeit hinzu, die die jeweilige Aktion benötigt. Welche der im letzten Punkt gefundenen Möglichkeiten benötigen am wenigsten Zeit, das heißt, welche Möglichkeiten bringen die Zauberer am schnellsten nach Hause?

¹In Anlehnung an ein Level des Spiels „I Have 1 Day“ von Max Games

Aufgabe 4 (10 Punkte) Mit den drei Zeichen /, _ und \ lassen sich Bergsilhouetten² skizzieren, wie etwa die folgende:



Diese Silhouette lässt sich platzsparender auch in eine einzige Zeile zusammenschieben (komprimieren):

/_/_//\//\/_____/_

Wir legen fest, dass Silhouetten immer auf derselben Grundlinie aufhören, auf der sie begonnen haben, und dass kein Teil der Silhouette unter dieser Grundlinie liegt. Weiters kann es auf jeder Höhe beliebig breite Plateaus (Ebenen) geben. Ob die leere Silhouette bereits eine Silhouette darstellt, bleibt Ihnen überlassen.³

Sei \mathcal{S} die Menge aller Zeichenketten, die eine Silhouette in komprimierter Form darstellen.

- Beschreiben Sie die Sprache \mathcal{S} mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.
- Ist die leere Silhouette laut Ihrer Grammatik eine zulässige Silhouette? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Zeigen Sie, dass die komprimierte Silhouette `//\/__\\` in der Sprache Ihrer Grammatik liegt.
- Handelt es sich bei \mathcal{S} um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Die sogenannte *Resolutionsregel* der Aussagenlogik lautet in vereinfachter Form: „Immer wenn sowohl $A \vee B$ als auch $\neg A \vee C$ wahr ist, ist auch $B \vee C$ wahr.“

- Zeigen Sie, dass die Resolutionsregel gültig ist.
- Erklären Sie, warum der Modus Ponens ein Spezialfall der Resolutionsregel ist. (Der Modus Ponens ist die Regel: „Aus F und $F \supset G$ folgt G .“)
- Wie kann man die Gültigkeit der Resolutionsregel mit Hilfe eines SAT-Solvers überprüfen?

²*Silhouette* ist ein anderes Wort für *Umriss*.

³Inspiziert von einer Aufgabe von M.Schmidt-Schauß, Goethe-Universität Frankfurt.