

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 WS 2017/SS 2018 26. Juni 2018			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Florian möchte gerne Gemüse anbauen und hat sich eine Selbst-ernteparzelle gemietet. Er würde gerne Erbsen, Gurken, Fisolen, Paradeiser und Zwiebeln anpflanzen. Er hat aber nur begrenzt Platz und kann nicht alle diese Sorten anpflanzen. Im Internet liest er außerdem, dass sich einige der Sorten nicht miteinander vertragen. Die ganzen Pflanztipps verwirren ihn, also schreibt er die Informationen zusammen und bittet seine Freundin Lisa um Hilfe, die schon etwas mehr Erfahrung mit Aussagenlogik hat als er.

Erbsen dürfen nicht gemeinsam mit Fisolen angepflanzt werden, dies würde die Ernteerträge erheblich schmälern. Wenn Fisolen angepflanzt werden, sollte von der Pflanzung von Gurken Abstand genommen werden. Nur wenn Zwiebeln gepflanzt werden, sollten auch Paradeiser gepflanzt werden. Zumindest drei Sorten sollten es aufgrund der Artenvielfalt schon sein, mehr als drei machen bei so wenig Platz aber keinen Sinn. Die Pflanzung von Gurken und/oder Erbsen wäre gut, denn das lockt Bienen an und kann sich positiv auf die Gesamtertragsmenge auswirken.

Florian liebt Paradeiser, die möchte er auf jeden Fall anpflanzen. Ansonsten ist er aber unsicher, was er noch pflanzen soll. Zu welchen Gemüsesorten rät ihm Lisa, sodass alle diese Anforderungen eingehalten werden?

- a) Helfen Sie Lisa den Text zu analysieren, indem Sie die beschriebenen Wünsche mit allen Anhaltspunkte durch aussagenlogische Formeln ausdrücken. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Lassen sich Florians Wünsche berücksichtigen? Welche Varianten sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Besitzt*/2, *Agent*/1, *Waffe*/1 und *Gefährlich*/1 Prädikaten-symbole sowie *messer* und *pistole* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

<i>Agent</i> (x)	... x ist ein Agent	<i>Besitzt</i> (x, y)	... x besitzt y
<i>Waffe</i> (x)	... x ist eine Waffe	<i>messer</i>	... Messer
<i>Gefährlich</i> (x)	... x ist gefährlich	<i>pistole</i>	... Pistole

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Kein Agent besitzt alle Waffen.
- b) Alle gefährlichen Agenten besitzen Waffen aber kein Messer.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben.

$$\mathcal{U} = \{\text{JamesBond}, \text{CodyBanks}, \text{JasonBourne}, \text{EthanHunt}, \text{Dolch}, \text{Messer}, \text{Pistole}, \text{Flinte}, \text{Gift}\}$$

$$I(\text{Agent}) = \{\text{JamesBond}, \text{CodyBanks}, \text{JasonBourne}\}$$

$$I(\text{Waffe}) = \{\text{Messer}, \text{Pistole}, \text{Flinte}, \text{Gift}\}$$

$$I(\text{Gefährlich}) = \{\text{Messer}, \text{Flinte}\}$$

$$I(\text{Besitzt}) = \{(\text{JamesBond}, \text{Pistole}), (\text{JamesBond}, \text{Messer}), (\text{JamesBond}, \text{Gift}),$$

$$(\text{CodyBanks}, \text{Flinte}), (\text{CodyBanks}, \text{Messer}), (\text{CodyBanks}, \text{Pistole}),$$

$$(\text{JasonBourne}, \text{Messer}), (\text{JasonBourne}, \text{Pistole}),$$

$$(\text{EthanHunt}, \text{Messer}), (\text{EthanHunt}, \text{Gift})\}$$

$$I(\text{messer}) = \text{Messer}$$

$$I(\text{pistole}) = \text{Pistole}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

- c) $\exists x (\text{Besitzt}(x, \text{messer}) \wedge \neg \text{Besitzt}(x, \text{pistole}))$
- d) $\forall x \text{Besitzt}(x, \text{messer})$
- e) $\exists x (\text{Waffe}(x) \supset \forall y (\text{Agent}(y) \wedge \text{Besitzt}(x, y)))$
- f) $\exists x \exists y (\text{Agent}(x) \wedge \text{Gefährlich}(y) \wedge \text{Besitzt}(x, y))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Leiterplatten sind Kunststoffplatten mit leitenden Bahnen (meist aus Kupfer), auf die elektronische Bauteile gelötet werden. Beispielsweise sind Motherboards von Computern solche mit diversen Bauteilen bestückte Leiterplatten.

In einer Leiterplattenfabrik werden zwei unterschiedliche Leiterplatten gefertigt, Typ A und Typ B . Die Leiterplatten vom Typ A werden von einem Fließband herangebracht, in einen Bestückungsautomaten gelegt, von diesem mit den elektronischen Bauteilen bestückt und danach wieder auf ein weiteres Fließband entladen, das die fertige Leiterplatte abtransportiert. Dasselbe passiert mit den Leiterplatten vom Typ B : Auch hier gibt es ein Fließband zum Anliefern der Platten, einen Bestückungsautomaten und ein Fließband zum Abtransport. Die Bestückungsautomaten können zu jedem Zeitpunkt immer nur eine Platte bearbeiten.

Für das Be- und Entladen der Bestückungsautomaten vom bzw. zum jeweiligen Fließband gibt es einen einzelnen Roboterarm, der diese vier Tätigkeiten – Automat für Typ A /Typ B beladen/entladen – durchführt. Beim Bestücken einer Leiterplatte durch den Automaten wird der Roboter nicht benötigt, er kann sich währenddessen einer anderen Tätigkeit widmen.¹

Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben. Nehmen Sie an, dass anfänglich 3 Platten des Typs A und 5 Platten des Typs B auf Bestückung warten.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Binäre Bäume zur Speicherung ganzer Zahlen können als lineare Zeichenketten kodiert werden, indem jeder Knoten des Baumes als

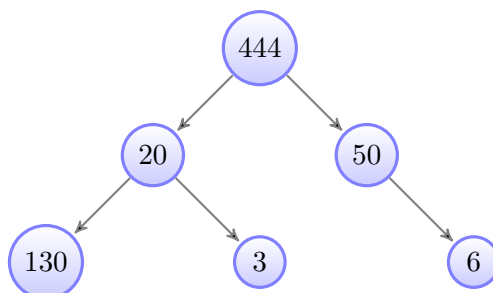
$$\langle \text{linkerBaum Zahl rechterBaum} \rangle$$

¹Inspiziert von der Vorlesung „Automatisierungsprojekte“ der Hochschule Karlsruhe.

dargestellt wird, wobei $Zahl$ ein dezimales Numeral ist. Der leere binäre Baum wird durch $\langle \rangle$ dargestellt. Beispielsweise kodiert die Zeichenkette

$\langle \langle \langle \rangle \rangle 130 \langle \rangle \rangle 20 \langle \rangle \langle \rangle 3 \langle \rangle \rangle \rangle 444 \langle \rangle 50 \langle \rangle \langle \rangle 6 \langle \rangle \rangle \rangle$

den binären Baum



Die Blätter des Baumes werden durch die Zeichenketten $\langle \rangle 130 \langle \rangle$, $\langle \rangle 3 \langle \rangle$ und $\langle \rangle 6 \langle \rangle$ dargestellt; bei Blättern sind sowohl der linke als auch der rechte Unterbaum leer.

Sei \mathcal{B} die Menge dieser Zeichenketten, die binäre Bäume kodieren. Beschreiben Sie die Sprache \mathcal{B} mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

Handelt es sich bei \mathcal{B} um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (10 Punkte) SAT-Solver sind Programme, die aussagenlogische Formeln auf Erfüllbarkeit testen. Typische SAT-Solver erhalten als Eingabe eine Formel in konjunktiver Normalform und liefern die Antwort „erfüllbar“ bzw. „unerfüllbar“. Im ersten Fall wird eine erfüllende Variablenbelegung als Nachweis für die Erfüllbarkeit ausgegeben.

Beispiel: Für die konjunktive Normalform $F = (A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$ liefern SAT-Solver die Antwort „erfüllbar“ und eine der Variablenbelegungen $I_1(A) = I_1(B) = 1$ oder $I_2(A) = I_2(B) = 0$.

a) Wie lässt sich eine Konsequenzbeziehung $F_1, \dots, F_n \models G$ mit Hilfe eines derartigen SAT-Solvers überprüfen? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) SAT-Solver liefern in der Regel nur eine einzige erfüllende Variablenbelegung. Die weiteren werden nicht ausgegeben, da das die verwendeten Verfahren nicht unterstützen. Was muss man tun, um diese dennoch mit Hilfe des SAT-Solvers berechnen zu können? Beschreiben Sie Ihre Methode und erläutern Sie sie an Hand des oben angeführten Beispiels. Begründen Sie die Korrektheit Ihrer Methode.

Hinweis: Überlegen Sie, wie die Eingabeformel abgeändert werden muss, um andere Variablenbelegungen als die bereits berechnete zu erhalten.