

<b>3.0/2.0 VU Formale Modellierung</b> 185.A06 SS 2017/WS 2017 15. Feb. 2018			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe <b>A</b>

**Aufgabe 1 (10 Punkte)** Im Kindergarten Kunterbunt gibt es ein Meerschweinchen, um das sich jede Woche drei Kinder kümmern. Im Sommer sind aber viele Kinder auf Urlaub, und in der letzten Juli-Woche sind überhaupt nur noch 6 Kinder im Kindergarten. Daher beraten die Pädagoginnen, welche drei Kinder sie auswählen. Sie stellen folgende Überlegungen an.

*Max und Paul vertragen sich nicht besonders gut; einen der beiden Buben sollten wir auf jeden Fall nehmen, auf keinen Fall aber beide. Wenn wir Elisa nicht nehmen, dann will Anna sicher auch nicht. Flora und Anna sind sehr tierlieb, wir sollten zumindest eine der beiden auswählen. Wenn wir Elisa nehmen, dann auf jeden Fall auch Paul, die zwei machen alles gemeinsam. Luca zu nehmen ist keine gute Idee, er ist gerade mitten in einer Experimentierphase, die das Meerschweinchen womöglich nicht überstehen würde.*

- a) Drücken Sie diese Überlegungen mit allen Anhaltspunkte durch aussagenlogische Formeln aus; berücksichtigen Sie auch die Bedingungen in der Einleitung. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Zu welchem Ergebnis kommen die Pädagoginnen? Welche Varianten sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

**Aufgabe 2 (10 Punkte)** Seien *Pflanzt/2*, *Gärtner/1*, *Blume/1* und *Duftend/1* Prädikaten-symbole sowie *rosen* und *tulpen* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

<i>Gärtner</i> ( $x$ ) ... $x$ ist ein Gärtner	<i>Pflanzt</i> ( $x, y$ ) ... $x$ pflanzt $y$
<i>Blume</i> ( $x$ ) ... $x$ ist eine Blume	<i>rosen</i> ... Rosen
<i>Duftend</i> ( $x$ ) ... $x$ duftet	<i>tulpen</i> ... Tulpen

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Es gibt Gärtner, die Rosen aber keine Tulpen pflanzen.
- b) Kein Gärtner pflanzt alle duftenden Blumen.

Sei weiters folgende Interpretation  $I$  gegeben:

$$\mathcal{U} = \{\text{Bock, Linee, Steiner, Ast, Rosen, Tulpen, Nelken, Gladiolen, Gerbera}\}$$

$$I(\text{Gärtner}) = \{\text{Bock, Linee, Steiner}\}$$

$$I(\text{Blume}) = \{\text{Rosen, Tulpen, Nelken, Gerbera}\}$$

$$I(\text{Duftend}) = \{\text{Rosen, Tulpen, Gerbera, Gladiolen}\}$$

$$I(\text{Pflanzte}) = \{(\text{Bock, Gerbera}), (\text{Bock, Rosen}), (\text{Bock, Gladiolen}), \\ (\text{Linee, Nelken}), (\text{Linee, Rosen}), \\ (\text{Steiner, Nelken}), (\text{Steiner, Gerbera}), \\ (\text{Ast, Tulpen}), (\text{Ast, Rosen})\}$$

$$I(\text{rosen}) = \text{Rosen}$$

$$I(\text{tulpen}) = \text{Tulpen}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation  $I$  wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c)  $\forall x (\text{Duftend}(x) \supset \exists y (\text{Gärtner}(y) \wedge \text{Pflanzte}(y, x)))$

d)  $\exists x \exists y (\text{Blume}(x) \wedge \text{Duftend}(x) \wedge \text{Pflanzte}(y, x))$

e)  $\forall x \text{Pflanzte}(x, \text{tulpen})$

f)  $\forall x (\text{Blume}(x) \supset \exists y (\text{Gärtner}(y) \wedge \text{Pflanzte}(x, y)))$

**Aufgabe 3 (10 Punkte)** Wenn Gäste das Restaurant *Chez Pierre* betreten, stellen sie sich zunächst zur Bar, um auf einen Tisch zu warten. Während des Wartens können sie beim Barkeeper Getränke bestellen. Der Barkeeper bereitet jedes Getränk einzeln zu und übergibt es dann dem Gast. Hat ein Gast ein Getränk bestellt, muss er auf dieses an der Bar warten und kann währenddessen nicht zum Tisch gehen.

Ist ein Tisch frei, holt der Kellner einen Gast bei der Bar ab und bringt ihn zum Tisch. Dort wartet er gleich auf die Bestellung und holt diese aus der Küche. Erst danach kann er sich um einen weiteren Gast kümmern.

Hat ein Gast fertig gegessen, zahlt er bei einem freien Kellner und wird von diesem zur Tür gebracht. Anschließend räumt der Kellner den Tisch ab, um ihn für den nächsten Gast vorzubereiten. Anschließend kann er sich wieder um einen Gast kümmern.

Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben. Nehmen Sie an, dass es 6 Tische gibt, die zu Beginn alle frei sind. An jedem Tisch kann nur ein Gast Platz nehmen. Im Restaurant arbeiten ein Barkeeper und zwei Kellner. Zu Beginn befinden sich 4 Gäste vor dem Restaurant, die es betreten wollen. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben.

**Aufgabe 4 (10 Punkte)** Sei  $\Sigma$  das Alphabet  $\{\text{a, h, n, s}\}$  und  $L$  die Menge aller Wörter über  $\Sigma$ , die entweder mit **hans** oder **anna** enden. Beispiele für solche Wörter sind **hans** und **anna** selber, aber auch die Wörter **hahahans** und **hanna** liegen in  $L$ .

a) Geben Sie eine POSIX Extended Regular Expression an, die die Sprache  $L$  beschreibt.

b) Geben Sie einen nichtdeterministischen Automaten an, der die Sprache  $L$  akzeptiert. Der Automat soll der Definition der Sprache direkt entsprechen, sodass die Korrektheit der Modellierung unmittelbar einsichtig ist.

c) Konstruieren Sie mit Hilfe des in der Vorlesung besprochenen Determinisierungsverfahrens zu Ihrem nichtdeterministischen Automaten einen äquivalenten deterministischen.

**Aufgabe 5 (10 Punkte)** DATALOG-Programme besitzen folgenden Aufbau.

- Ein *Programm* ist eine möglicherweise leere Folge von Klauseln. Eine *Klausel* ist entweder ein Faktum oder eine Regel.
- Ein *Faktum* besteht aus einer Atomformel gefolgt von einem Punkt.
- Eine *Regel* besteht aus einer Atomformel, gefolgt von den Zeichen :- sowie einer nicht-leeren Liste von Atomformeln, die durch Kommas (,) getrennt werden. Regeln enden ebenfalls mit einem Punkt.
- Eine *Atomformel* ist ein Name, dem optional eine in runden Klammern eingeschlossene Argumentliste folgen kann.
- Eine *Argumentliste* ist eine nicht-leere Folge von Namen und Variablen in beliebiger Reihenfolge, die voneinander durch Kommas getrennt werden.
- Ein *Name* ist eine nicht-leere Folge von Buchstaben und Ziffern, die mit einem Kleinbuchstaben beginnt.
- Eine *Variable* ist eine nicht-leere Folge von Buchstaben und Ziffern, die mit einem Großbuchstaben beginnt.

Das folgende Beispiel besteht aus zwei Fakten und drei Regeln; adam, seth, istKindVon usw. sind Namen, X und Y sind Variablen.

```
istKindVon(seth,adam).
istKindVon(enosh,seth).
istNachfahreVon(X,Y) :- istKindVon(X,Y).
istNachfahreVon(X,Z) :- istKindVon(X,Y), istNachfahreVon(Y,Z).
istMensch(X) :- istNachfahreVon(X,adam).
```

Beschreiben Sie die zulässigen DATALOG-Programme mittels einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit als möglich EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten und rekursive Regeln zu vermeiden.