

| | | | |
|---|----------|---------|--------------------|
| 3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2017/WS 2017 26. Jan. 2018 | | | |
| Matrikelnummer | Nachname | Vorname | Gruppe A |

Aufgabe 1 (10 Punkte) Familie Sonnenschein beschließt, für den kommenden Sommer ein Ferienhaus zu mieten. Es ist aber gar nicht so einfach, die Wünsche aller Familienmitglieder unter einen Hut zu bekommen. Daher muss der Familienrat tagen. Es entbrennt eine hitzige Diskussion, alle reden wild durcheinander. Folgende Wünsche kann Papa in dem ganzen Chaos identifizieren.

Mama Sonnenschein: „Wenn wir keine Klimaanlage haben, dann brauche ich einen Pool um mich abzukühlen! Und ohne Geschirrspüler fahre ich sowieso nicht in den Urlaub.“

Tochter Sonnenschein: „Ich will einen Pool und in der Nähe vom Meer wohnen, oder zumindest eins davon!“

Opa Sonnenschein: „Also wenn wir einen Pool haben, dann brauchen wir auch einen Grill, denn was sollen wir denn sonst bei unseren Poolparties essen?“

Oma Sonnenschein: „Pah! Meernähe und eine Klimaanlage, diesen Luxus brauchen wir wirklich nicht, eins von beidem reicht, wenn wir überhaupt eins davon brauchen!“

Papa Sonnenschein wollte alle Wünsche erfüllen, aber die Suche auf „meinferienhaus.at“ ergab mit so vielen Einschränkungen leider keine Treffer. Daher entschied er sich, nur drei der gewünschten Eigenschaften (Griller, Pool, ...) zu berücksichtigen.

- a) Drücken Sie die beschriebenen Anforderungen an das Ferienhaus durch aussagenlogische Formeln aus. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Welche drei Eigenschaften sollte das Ferienhaus von Familie Sonnenschein haben? Welche Varianten sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Feiert/2*, *Fest/1*, *Kind/1* und *Lustig/1* Prädikatensymbole sowie *weihnachten* und *hannukah* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

| | |
|--|---|
| <i>Fest(x)</i> ... <i>x</i> ist ein Fest | <i>Feiert(x,y)</i> ... <i>x</i> feiert <i>y</i> |
| <i>Kind(x)</i> ... <i>x</i> ist ein Kind | <i>weihnachten</i> ... Weihnachten |
| <i>Lustig(x)</i> ... <i>x</i> ist lustig | <i>hannukah</i> ... Hannukah |

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Kein Kind feiert sowohl Weihnachten als auch Hannukah.
- b) Es gibt lustige Feste, die von allen Kindern gefeiert werden.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\mathcal{U} = \{\text{Mia, Max, Anna, Tim, Fasching, Ostern, Laternenfest, Weihnachten, Hannukah, Advent}\}$$

$$I(\text{Fest}) = \{\text{Fasching, Ostern, Laternenfest, Weihnachten}\}$$

$$I(\text{Kind}) = \{\text{Mia, Max, Anna}\}$$

$$I(\text{Lustig}) = \{\text{Fasching, Laternenfest, Advent}\}$$

$$I(\text{Feiert}) = \{(\text{Mia, Fasching}), (\text{Mia, Ostern}), (\text{Mia, Weihnachten}), (\text{Max, Laternenfest}), (\text{Max, Weihnachten}), (\text{Max, Ostern}), (\text{Tim, Anna}), (\text{Tim, Hannukah}), (\text{Anna, Fasching}), (\text{Anna, Weihnachten})\}$$

$$I(\text{weihnachten}) = \text{Weihnachten}$$

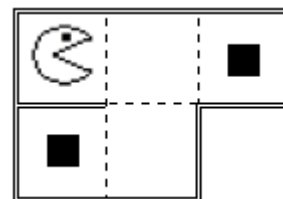
$$I(\text{hannukah}) = \text{Hannukah}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

- c) $\forall x (Kind(x) \supset \exists y (Fest(y) \wedge Feiert(x, y)))$
d) $\exists x (Kind(x) \wedge \exists y (Fest(y) \wedge Lustig(y) \wedge Feiert(x, y)))$
e) $\forall x (Feiert(x, \text{weihnachten}) \neq Feiert(x, \text{hannukah}))$
f) $\forall x (Fest(x) \supset \exists y (Kind(y) \wedge Lustig(y) \wedge Feiert(x, y)))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Bei Pac-Man, einem Videospiel aus den 80ern, muss die Spielfigur Pac-Man Punkte in einem Labyrinth fressen, während sie von Geistern verfolgt wird. Pac-Man und jeder Geist kann pro Zug ein Feld nach oben, unten, links oder rechts bewegt werden, vorausgesetzt, es ist keine Mauer im Weg. Bewegt Pac-Man sich auf ein Feld mit einem Punkt, so frisst er diesen Punkt. Sind alle Punkte gefressen, gilt das Level als gewonnen. Befinden sich Pac-Man und ein Geist auf dem gleichen Feld, so wird Pac-Man vom Geist gefressen und das Spiel ist beendet. Befinden sich der letzte Punkt, Pac-Man und ein Geist auf demselben Feld, hat der Geist Vorrang, d.h., Pac-Man verliert auch in diesem Fall.

Nehmen Sie an, dass das aktuelle Level, das zu bewältigen ist, so aussieht wie rechts skizziert. Zu Beginn befindet sich Pac-Man im linken oberen Feld. Die schwarzen Quadrate symbolisieren zwei Punkte, die Pac-Man fressen muss. Rundherum ist eine Mauer, die auch in das Spielfeld hineinragt (doppelte Linie). Pac-Man gewinnt das Level, wenn er die beiden Punkte gefressen hat.



Anmerkung: Es handelt sich um ein Übungslevel. In diesem Level gibt es keinen Geist, Pac-Man kann also nicht verlieren.

- Überlegen Sie, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Systems zu beschreiben.
- Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen können.
- Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Systemverhalten vollständig beschreibt.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass die Formeln

$$(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B) \quad \text{und} \quad (A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$$

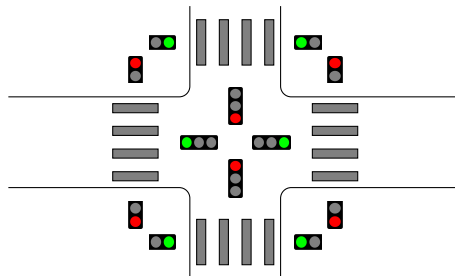
logisch äquivalent sind. Verwenden Sie die Axiome der Booleschen Algebra für \wedge , \vee und \neg , keine Wahrheitstafel. Die Feststellung, dass laut Vorlesung beide Formeln dasselbe wie $A \neq B$ sind, ist kein Beweis.

b) Zeigen Sie, dass die Formeln

$$\neg \exists x (P(x) \wedge \forall y (Q(y) \supset R(x, y))) \quad \text{und} \quad \forall y \exists x (\neg P(y) \vee (Q(x) \wedge \neg R(y, x)))$$

logisch äquivalent sind.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Eine kreuzförmige Straßenkreuzung ist mit Fahrzeugampeln (vier Phasen) und Fußgängerampeln (zwei Phasen) für alle Richtungen ausgestattet. Es gibt keine speziellen Ampeln für Abbieger.



Modellieren Sie die Schaltfolgen der Ampeln mit Hilfe eines Petri-Netzes. Geben Sie eine geeignete Anfangsmarkierung an. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben.

Hinweis: Ampeln, die sich identisch verhalten, können als eine einzige Ampel betrachtet werden.