

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2016/WS 2016 16. Jan. 2017			
Matrikelnummer	Familiename	Vorname	Gruppe A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Eine Fastfood-Kette bietet folgende Möglichkeiten um zu bestellen.

- Will man sein Auto nicht verlassen, fährt man zum *Drive-Thru* und gibt dort über eine Gegensprechanlage seine Bestellung bei einem Mitarbeiter auf. Anschließend fährt man zur Ausgabe, wo ein Mitarbeiter zuerst den offenen Betrag kassiert und anschließend die Bestellung aushändigt.
- Im Restaurant selbst gibt es drei weitere Möglichkeiten:
 - Wählt man die klassische Art zu bestellen, geht man zum *Counter* und gibt dort die Bestellung bei einem Mitarbeiter auf. Hat man bezahlt, so erhält man eine Abholnummer und wartet anschließend in der Abholzone auf die fertige Bestellung.
 - Alternativ geht man zu einem *Bestellterminal*, wählt dort am Bildschirm die gewünschten Speisen aus und zahlt anschließend mit Bankomatkarte. Dann erhält man eine Abholnummer und wartet anschließend in der Abholzone auf die fertige Bestellung.
 - Oder man bestellt und bezahlt via *Handy-App*. Auch in diesem Fall erhält man eine Abholnummer für die Abholzone.

Modellieren Sie dieses Bestellkonzept mit Hilfe eines Petri-Netzes mit folgenden Rahmenbedingungen: Es gibt drei Mitarbeiter, die flexibel beim Drive-Thru, am Counter und in der Abholzone eingesetzt werden. Es gibt einen Counter und ein Bestellterminal. Zu Beginn befinden sich zwei Autos am Drive-Thru und fünf Kunden im Eingangsbereich des Restaurants, die sich noch für eine der drei Möglichkeiten, im Restaurant zu bestellen, entscheiden müssen.

Hinweis: Überlegen Sie, wann ein Mitarbeiter in einen Prozess involviert ist und bilden Sie in Ihrem Netz ab, wann ein Mitarbeiter „belegt“ ist.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Herr Winter vom Sonnenschein-Gymnasium findet nach einem Geografietest zwei identische Schummelzettel am Boden. Für ihn kommen fünf Schüler in Frage, die schon öfters durch Abschreiben aufgefallen sind. Nachdem die Schummelzettel Computerausdrucke sind, kommt eine Schriftanalyse nicht in Frage. Nach kurzer Diskussion mit den anderen Lehrern der Klasse hat er folgende Informationen:

- Anton, Bea oder Christian – zumindest einer der drei hat sicher geschummelt.
- Bea hat dann und nur dann geschummelt, wenn Doris nicht geschummelt hat.
- Wenn Christian nicht geschummelt hat, dann haben entweder Anton oder Doris geschummelt, aber sicher nicht beide.

- Wenn Christian geschummelt hat, dann sicher auch Emil ... die stecken doch immer unter einer Decke!
- a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Lassen sich die zwei Schummler aufgrund dieser Hinweise eindeutig ermitteln? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Seien $Frisst/2$, $Vogel/1$, $Futter/1$ und $Groß/1$ Prädikaten-symbole sowie $samen$ und $beeren$ Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$Vogel(x)$... x ist ein Vogel	$Frisst(x, y)$... x frisst y
$Futter(x)$... x ist Futter	$samen$... Samen
$Groß(x)$... x ist groß	$beeren$... Beeren

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Manche Vögel fressen Samen aber keine Beeren.
- b) Kein Futter wird von allen großen Vögeln gefressen.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\mathcal{U} = \{\text{Kakadu, Kiwi, Ara, Specht, Spatz, Nüsse, Körner, Samen, Würmer, Beeren, Früchte}\}$$

$$I(Vogel) = \{\text{Kakadu, Kiwi, Ara, Specht}\}$$

$$I(Futter) = \{\text{Körner, Samen, Würmer, Beeren, Früchte}\}$$

$$I(Groß) = \{\text{Kakadu, Specht, Ara, Nüsse}\}$$

$$I(Frisst) = \{(\text{Kakadu, Beeren}), (\text{Kakadu, Samen}),$$

$$(\text{Kiwi, Früchte}), (\text{Kiwi, Beeren}),$$

$$(\text{Ara, Würmer}), (\text{Ara, Samen}),$$

$$(\text{Specht, Körner}), (\text{Specht, Samen}), (\text{Specht, Würmer})\}$$

$$I(beeren) = \text{Beeren}$$

$$I(samen) = \text{Samen}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

c) $\forall x ((Groß(x) \wedge Futter(x)) \supset Frisst(x, samen))$

d) $\forall x \exists y (Vogel(x) \supset (Futter(y) \wedge Frisst(x, y)))$

e) $\forall x \exists y (Futter(x) \supset (Vogel(y) \wedge Groß(y) \wedge Frisst(y, x)))$

f) $\exists x (Vogel(x) \wedge (Frisst(x, beeren) \neq Frisst(x, samen)))$

Aufgabe 4 (10 Punkte) If-Anweisungen in C++ beginnen mit dem Schlüsselwort `if`, dem zuerst in runden Klammern eine Bedingung und dann ein Anweisungsteil folgt. Der Anweisungsteil ist in geschwungenen Klammern (`{}`) eingeschlossen und besteht aus einer (möglicherweise auch leeren) Folge von Anweisungen. Für diese Aufgabe kann eine Anweisung aus einer beliebigen Kombination von Ziffern, Buchstaben und Sonderzeichen (ohne Strichpunkt) bestehen, die mit einem Strichpunkt (`;`) endet. Besteht der Anweisungsteil aus genau einer Anweisung, können die geschwungenen Klammern entfallen.

Eine Bedingung besteht aus zwei Operanden mit einem der Vergleichsoperatoren `==`, `<`, `<=`, `>`, `>=` oder `!=` dazwischen. Definieren Sie die Operanden in geeigneter Weise, sodass das Beispiel unten durch Ihre Grammatik beschrieben wird.

Nach dem `if`-Teil können beliebig viele `else-if`-Teile folgen. Der Aufbau ist analog zum `if`-Teil und unterscheidet sich nur durch das Schlüsselwort `else-if` anstelle von `if`.

Abschließend kann noch ein `else`-Teil folgen. Bei diesem folgt nach dem Schlüsselwort `else` direkt eine Anweisung bzw. eine Liste von Anweisungen (in geschwungenen Klammern).

Beispiel:

```
if (x!=7)
    x++;
else if (b==10)
{
    cout << "hurra!!" <<;
    x++;
}
else if (a>5)
    a=5;
else
{
    donothing$$$?;
}
```

Anmerkung: Der Text beschreibt eine *vereinfachte Form* der If-Anweisungen in C++. Falls Sie mit C++ vertraut sind, achten Sie darauf, dass Ihre Grammatik das hier beschriebene Sprachfragment wiedergibt und nicht das, woran Sie sich erinnern.

- Spezifizieren Sie die Sprache der `if`-Anweisungen mit Hilfe einer strukturierten kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Lesbarkeit zu erhöhen.
- Kann man die hier beschriebene Sprache der `if`-Anweisungen auch mit Hilfe eines regulären Ausdrucks beschreiben? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (10 Punkte)

- Zeigen Sie, dass die Formeln

$$(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B) \quad \text{und} \quad (A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$$

logisch äquivalent sind. Verwenden Sie die Axiome der Booleschen Algebra für \wedge , \vee und \neg , keine Wahrheitstafel. Die Feststellung, dass laut Vorlesung beide Formeln dasselbe wie $A \equiv B$ sind, ist kein Beweis.

- Zeigen Sie, dass die Formeln

$$\forall y \exists x (\neg A(y) \vee (B(x) \wedge \neg C(y, x))) \quad \text{und} \quad \neg \exists x (A(x) \wedge \forall y (B(y) \supset C(x, y)))$$

logisch äquivalent sind. Geben Sie an, welches logische Gesetz Sie in jedem Schritt angewendet haben.