

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 WS 2015/SS 2016 6. Sept. 2016			
Matrikelnummer	Familiename	Vorname	Gruppe A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Der Tankvorgang an einer Selbstbedienungstankstelle besteht aus folgenden Schritten. Der Kunde fährt zu einer freien Zapfsäule und betankt das Auto. Anschließend begleicht er beim Tankwart die Rechnung. Nach dem Zahlen fährt der Kunde von der Zapfsäule weg und gibt sie damit für den nächsten Kunden frei.

Modellieren Sie eine Tankstelle mit zwei Zapfsäulen mit Hilfe eines Petri-Netzes. Berücksichtigen Sie alle Schritte des beschriebenen Ablaufs. Beachten Sie, dass an jeder Zapfsäule zu jedem Zeitpunkt höchstens ein Auto betankt werden kann und dass der Tankwart immer nur einen Bezahlvorgang durchführen kann. Nehmen Sie für die Anfangsmarkierung an, dass fünf Autos die Tankstelle nützen wollen. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Dienstag, 13:00 Uhr. Es ist wieder Zeit für die Vorlesung aus Formale Modellierung. Doch als eine Gruppe Studierender pünktlich zu Vorlesungsbeginn das AudiMax betritt, findet sie anstelle des Professors eine Bombe mit fünf Kippschaltern sowie einen Zettel mit folgender Nachricht.

Liebe Studierende,

um euch zur Aussagenlogik zu motivieren, habe ich diese Bombe gebaut. Sie hat fünf Kippschalter (A, B, C, D und E), die jeweils in der Position „oben“ bzw. „unten“ stehen können. Die fünf Kippschalter müssen um 14:00 alle an der richtigen Position stehen, sonst explodiert die Bombe und ihr werdet alle mit dem wohlriechenden Schleim überzogen, den ich in die Bombe gefüllt habe. Hier sind eure Hinweise.

- Mindestens drei Schalter müssen oben sein, sonst knallt's.
 - B darf nicht in der gleichen Position sein wie C, sonst knallt's.
 - Wenn D oben ist, müssen C und E unten sein, sonst knallt's.
 - A muss oben sein, sonst ... eh schon wissen.
 - Zumindest C oder D müssen oben sein, vielleicht sogar beide, sonst ...
- a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Wie müssen die Kippschalter stehen? Ist es möglich, die Bombe zu entschärfen? Gibt es eine Lösung oder mehrere? Welche? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Seien *Jagt/2*, *Superheld/1*, *Verrückt/1* und *Schurke/1* Prädikaten-symbole sowie *catwoman* und *riddler* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$Jagt(x, y)$... x jagt y	$catwoman$... Catwoman
$Superheld(x)$... x ist ein Superheld	$riddler$... Riddler
$Verrückt(x)$... x ist verrückt		
$Schurke(x)$... x ist ein Schurke		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- Alle Superhelden jagen verrückte Schurken.
- Manche Verrückte jagen Catwoman aber nicht Riddler.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\mathcal{U} = \{\text{Aquaman, Riddler, Superman, Batman, Catwoman, WonderWoman, Joker, Firebug, Pinguin, Cluemaster}\}$$

$$I(\text{Superheld}) = \{\text{Superman, Batman, Catwoman, WonderWoman}\}$$

$$I(\text{Verrückt}) = \{\text{Joker, Riddler, Firebug}\}$$

$$I(\text{Schurke}) = \{\text{Joker, Firebug, Pinguin, Catwoman, Cluemaster}\}$$

$$I(\text{Jagt}) = \{(\text{Superman, Riddler}), (\text{Superman, Joker}), (\text{Batman, Riddler}), (\text{Batman, Pinguin}), (\text{Batman, Cluemaster}), (\text{Catwoman, Riddler}), (\text{WonderWoman, Riddler}), (\text{WonderWoman, Joker}), (\text{Aquaman, Riddler}), (\text{Aquaman, Firebug}), (\text{Aquaman, Catwoman})\},$$

$$I(\text{catwoman}) = \text{Catwoman} \quad I(\text{riddler}) = \text{Riddler}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

- $\forall x (\text{Superheld}(x) \supset \exists y (\text{Verrückt}(y) \wedge \text{Jagt}(x, y)))$
- $\forall x \text{Jagt}(x, \text{riddler})$
- $\forall x (\text{Schurke}(x) \supset \exists y (\text{Superheld}(y) \wedge \text{Jagt}(y, x)))$
- $\exists x (\neg \text{Jagt}(x, x) \wedge \text{Jagt}(x, \text{catwoman}))$

Aufgabe 4 (10 Punkte) Seien folgende Mengen von Variablen-, Funktions- und Prädikatensymbole gegeben.

$$\mathcal{V} = \{x, y, z\}$$

$$\mathcal{F} = \{\text{catwoman}/0, \text{riddler}/0\}$$

$$\mathcal{P} = \{\text{Superheld}/1, \text{Schurke}/1, \text{Verrückt}/1, \text{Jagt}/2\}$$

Geben Sie eine strukturierte kontextfreie Grammatik für die Sprache der prädikatenlogischen Formeln über diesen Symbolmengen an. Beispiele für Wörter, die in dieser Formelsprache liegen:

$$\forall x (\text{Schurke}(x) \supset \exists y (\text{Superheld}(y) \wedge \text{Jagt}(y, x)))$$

$$\exists x (\neg \text{Jagt}(x, x) \wedge \text{Jagt}(x, \text{catwoman}))$$

Aufgabe 5 (10 Punkte) SAT-Solver sind Programme, die als Eingabe eine Formel in konjunktiver Normalform erwarten und diese auf Erfüllbarkeit testen. Als Ausgabe liefern sie die Information „erfüllbar“ bzw. „unerfüllbar“. Im ersten Fall wird eine erfüllende Variablenbelegung als Nachweis für die Erfüllbarkeit ausgegeben.

Beispiel: Für die konjunktive Normalform $(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$ liefern SAT-Solver die Antwort „erfüllbar“ und eine der Variablenbelegungen $I_1(A) = I_1(B) = 1$ oder $I_2(A) = I_2(B) = 0$.

Angenommen Sie und Ihre Kollegin modellieren das gleiche aussagenlogische Problem. Sie können sich zwar über die benötigten Aussagenvariablen und ihre Bedeutung einigen, für die Problembeschreibung benötigen Sie aber zwei Formeln F und G , während Ihre Kollegin mit einer einzigen Formel H auskommt, die ganz anders aussieht als Ihre Formeln. Wie können Sie mit Hilfe eines SAT-Solvers überprüfen, ob die beiden Beschreibungen gleichwertig (semantisch äquivalent) sind? Beschreiben Sie alle erforderlichen Schritte. Was bedeutet es, wenn der SAT-Solver eine erfüllende Variablenbelegung findet?