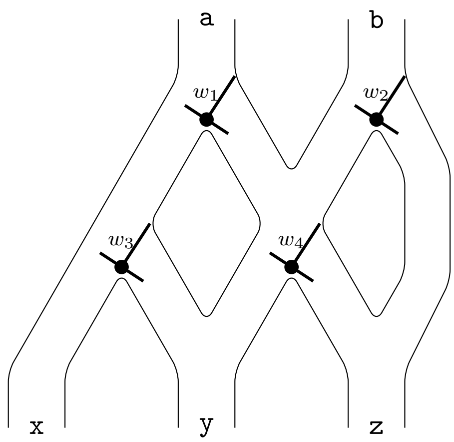
3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 SS 2015/WS 2015 20. Jänner 2016

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Max erhält zum Geburtstag ein Knobelspiel, das aus einem Würfel und einer Stahlkugel besteht. Der Würfel besitzt oben zwei Löcher (bezeichnet mit `a` und `b`) und unten drei (bezeichnet mit `x`, `y` und `z`). Wirft man die Kugel bei einem der beiden oberen Löcher hinein, kommt sie bei einem der unteren drei wieder heraus. Die Aufgabe besteht nun darin das Loch vorherzusagen, bei dem die Kugel erscheinen wird. Um die Sache schwieriger zu gestalten, sind die Eingänge nicht fest mit den Ausgängen verbunden, sondern werden durch Weichen umgeleitet, die sich mit jeder vorbeikommenden Kugel verstellen.

Nach einiger Zeit verliert Max die Geduld und zerlegt den Würfel. Er findet vier Weichen (w_1 bis w_4) vor, die folgendermaßen angeordnet sind:



Bei der momentanen Weichenstellung werden die Kugeln nach links geleitet, sodass die Kugel vom Eingang `a` zum Ausgang `x` bzw. vom Eingang `b` zum Ausgang `y` rollen würde. Dabei würden die Weichen w_1 und w_3 bzw. w_2 und w_4 umgeschaltet werden. Wirft man etwa die Kugel viermal in den Eingang `a`, kommt sie zuerst bei Ausgang `x`, dann zweimal bei Ausgang `y` und schließlich bei Ausgang `z` zum Vorschein; die Weichen befinden sich danach wieder in der Ausgangsstellung.

Modellieren Sie das Verhalten dieses Spiels mit Hilfe eines Moore- oder Mealy-Automaten. Bei Eingabe eines Wortes über $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$ soll der Automat jene Ausgänge liefern, bei denen die Kugel erscheinen würde. Sie können die Übergangs- und Ausgabefunktion graphisch oder als Tabelle darstellen.

Berechnen Sie $\gamma^*(q_0, \mathtt{aabaabb})$, wobei γ die Ausgabefunktion und q_0 den Anfangszustand Ihres Automaten bezeichnet.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Am Flughafen gibt es eine Fluglinie mit drei Check-in Schaltern, bei denen die Fluggäste parallel einchecken können. Dazu müssen sie sich in einer gemeinsamen Schlange anstellen. Sobald ein Gast an der Reihe ist, geht er zum nächsten freien Check-in Schalter. Bei jedem Schalter kann immer nur ein Gast bedient werden. Danach sammeln sich die Fluggäste am Gate.

Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes. Geben Sie eine geeignete Anfangsmarkierung an. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Seien folgende Mengen von Variablen-, Funktions- und Prädikatensymbole gegeben.

$$\begin{aligned}\mathcal{V} &= \{x, y, z\}\\ \mathcal{F} &= \{\mathit{latein}/0,\ \mathit{spanisch}/0,\ \mathit{mehr}/1\}\\ \mathcal{P} &= \{\mathit{Schüler}/1,\ \mathit{Wahlfach}/1,\ \mathit{Wählt}/2\}\end{aligned}$$

Geben Sie eine strukturierte kontextfreie Grammatik für die Sprache der prädikatenlogischen Formeln über diesen Symbolmengen an. Beispiele für Wörter, die in dieser Formelsprache liegen:
$\forall x\,(\mathit{Schüler}(x) \supset \exists y\,(\mathit{Wahlfach}(y) \land \mathit{Wählt}(x, y)))$
$\forall x\,(\mathit{Wählt}(x, \mathit{spanisch}) \lor \mathit{Wählt}(x, \mathit{mehr}(\mathit{spanisch})) \lor \mathit{Wählt}(x, \mathit{mehr}(\mathit{mehr}(\mathit{spanisch}))))$

Aufgabe 4 (10 Punkte) Anna hat für den Geburtstag ihrer Freundin Hatice Muffins gebacken und überlegt nun, wie sie diese verzieren soll. Im Kasten findet sie Haselnüsse, Krokant, Schokostreusel und Marzipanherzen. Sie überlegt: „Damit die Muffins hübsch aussehen, benötige ich mindestens zwei Zutaten. Ich werde entweder Haselnüsse oder Krokant wählen, aber sicher nicht beide zusammen, da sie zu ähnlich sind. Ich möchte Krokant oder Schokostreusel verwenden, vielleicht auch beide. Wenn ich Schokostreusel verwende, dann kann ich keine Marzipanherzen auf die Muffins geben. Ich glaube, Hatice möchte entweder Schokostreusel und Krokant oder sie möchte Marzipanherzen mit Haselnüssen."

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Mit welchen Zutaten dekoriert Anna die Muffins? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien $\mathit{Isst}/2$, $\mathit{Mädchen}/1$, $\mathit{Speise}/1$ und $\mathit{Gesund}/1$ Prädikatensymbole sowie *salat* und *steak* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Isst}(x, y)$	… x isst y	$\mathit{Gesund}(x)$	… x ist gesund
$\mathit{Mädchen}(x)$	… x ist ein Mädchen	*salat*	… Salat
$\mathit{Speise}(x)$	… x ist eine Speise	*steak*	… Steak

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Manche Mädchen essen nur dann Steak, wenn sie auch gesunde Speisen essen.

b) Gesunde Mädchen essen manche Speisen, aber keinen Salat.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Anna}, \text{Tina}, \text{Mia}, \text{Sophie}, \text{Salat}, \text{Schnitzel}, \text{Spätzle}, \text{Suppe}, \\
&\quad\ \text{Steak}, \text{Spaghetti}, \text{Pizza}\} \\
I(\mathit{Mädchen}) &= \{\text{Anna}, \text{Mia}, \text{Sophie}\} \\
I(\mathit{Speise}) &= \{\text{Salat}, \text{Schnitzel}, \text{Suppe}, \text{Steak}\} \\
I(\mathit{Gesund}) &= \{\text{Suppe}, \text{Salat}, \text{Pizza}, \text{Steak}\} \\
I(\mathit{Isst}) &= \{(\text{Anna}, \text{Suppe}), (\text{Anna}, \text{Salat}), (\text{Anna}, \text{Spätzle}), \\
&\quad\ (\text{Mia}, \text{Schnitzel}), (\text{Mia}, \text{Salat}), (\text{Mia}, \text{Suppe}), \\
&\quad\ (\text{Tina}, \text{Pizza}), (\text{Tina}, \text{Salat}), (\text{Tina}, \text{Spaghetti}), \\
&\quad\ (\text{Sophie}, \text{Steak}), (\text{Sophie}, \text{Spaghetti})\} \\
I(\mathit{salat}) &= \text{Salat} \qquad I(\mathit{steak}) = \text{Steak}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\,(\mathit{Isst}(x, \mathit{salat}) \supset \mathit{Isst}(x, \mathit{steak}))$

d) $\forall x(\mathit{Isst}(x, \mathit{salat}) \not\equiv \mathit{Isst}(x, \mathit{steak}))$

e) $\exists x \exists y\,(\mathit{Speise}(y) \land \mathit{Mädchen}(x) \land \mathit{Isst}(x, y))$

f) $\forall x \exists y\,(\mathit{Gesund}(x) \supset (\mathit{Mädchen}(y) \land \mathit{Isst}(y, x)))$