

3.0/2.0 VU Formale Modellierung			
185.A06		SS/WS 2014	12. Jänner 2015
Matrikelnummer	Familiename	Vorname	Gruppe A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Ein Automat verkauft Fahrkarten für Kinder (Preis 1 €) und Erwachsene (Preis 2 €). Er akzeptiert Münzen im Wert von 1 € und 2 € bis zu einem maximalen Guthaben von 4 €. Münzen, die zu einem Überschreiten des Guthabens führen würden, oder falsche Münzen werden sofort wieder ausgegeben (fallen durch). Für die Ausgabe einer Kinder- bzw. Erwachsenenkarte ist je eine Taste vorgesehen. Reicht das Guthaben, bewirkt ihr Drücken die Ausgabe der entsprechenden Karte und die Reduktion des Guthabens; andernfalls passiert nichts. Eine dritte Taste, die Abbruchtaste, führt zur Auszahlung des Guthabens.

Beispiel: Angenommen, es werden nacheinander eine 50 Cent, eine 1 €- und zwei 2 €-Münzen eingeworfen. Die erste und die letzte Münze kommt gleich wieder retour, da die erste eine falsche Münze ist und die letzte das Guthabenlimit überschreitet. Nun wird die Taste für eine Kinderfahrkarte gedrückt, worauf die entsprechende Karte ausgegeben wird; das interne Guthaben beträgt 2 €. Nun wird wieder eine 2 €-Münze eingeworfen und nochmals eine Kinderfahrkarte angefordert. Zuletzt wird die Abbruchtaste betätigt, worauf das Restguthaben von 3 € ausbezahlt wird.

Modellieren Sie das Verhalten des Fahrkartenautomaten durch einen Mealy-Automaten. Gehen Sie folgendermaßen vor.

- Welche/wieviele Zustände benötigt der Automat? Was kennzeichnet einen Zustand?
- Welche Eingaben muss der Automat verarbeiten? Sehen Sie ein Symbol vor, das für den Einwurf einer beliebigen falschen Münze steht.
- Was sind die möglichen Aktionen (Ausgaben) des Automaten? Sehen Sie ein Symbol vor, das für „keine Aktion“ steht. Das Guthaben kann in einer einzigen Aktion ausgegeben werden, es muss nicht in 1 €- und 2 €-Münzen gestückelt werden.
- Geben Sie den Mealy-Automaten in graphischer oder tabellarischer Form an.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Zwei Unternehmen, A und B , besitzen jeweils ein Lager und einen Warenempfang. Fahrradboten transportieren Pakete vom Lager des einen Unternehmens zum Warenempfang des anderen. Ein Transport läuft immer nach demselben Muster ab: Beim Lager des einen Unternehmens wird das Fahrrad mit einem Paket beladen, dann fährt der Bote damit zum anderen Unternehmen, wo er es dem Empfang übergibt. Danach ist der Bote bereit, ein Paket von diesem Unternehmen zurück zum ersten Unternehmen zu transportieren. Jeder Bote bringt also abwechselnd ein Paket vom A nach B und danach ein anderes von B nach A (bzw. umgekehrt, wenn er beim Unternehmen B beginnt).

Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes. Wählen Sie die Anfangsmarkierung so, dass zu Beginn 4 Pakete im Lager A und 3 Pakete im Lager B auf Transport warten. Weiters stehen anfänglich zwei Boten beim Unternehmen A und einer beim Unternehmen B für Transporte zur Verfügung.

Dieses System hat den Nachteil, dass Boten unter Umständen untätig bei einem Unternehmen auf Pakete warten, während beim anderen Boten benötigt werden. Wie lässt sich Ihr Petri-Netz erweitern, um dieses Problem zu lösen?

Aufgabe 3 (10 Punkte) Der Stamm der Wakatuku wird von einer seltsamen Serie von Diebstählen heimgesucht. Der Häuptling vermutet, dass der verfeindete Nachbarstamm dafür verantwortlich ist und möchte ein paar seiner Krieger zum Spionieren in das Nachbardorf schicken. Er stellt folgende Überlegungen an:

- Ich sollte mindestens zwei Krieger schicken, sonst ist das zu gefährlich.
 - Flinker Fuchs und Alter Adler kann ich unmöglich gemeinsam schicken, die streiten nur wieder.
 - Ich brauche mindestens einen Krieger, der gut kämpfen kann. Starker Stier, Alter Adler oder sogar beide?
 - Listiger Luchs kann ich nur dann schicken, wenn ich auch Flinker Fuchs schicke.
 - Wenn ich Starker Stier schicke, dann will Flinker Fuchs sicher nicht mitgehen.
- a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Wen schickt der Häuptling der Wakatuku ins Nachbardorf? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Seien *SchautAn*, *Kind*, *Lustig* und *Sendung* Prädikatensymbole und *teletubbies* und *spongebob* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

<i>SchautAn</i> (x, y)	... x schaut y an	<i>Sendung</i> (x)	... x ist eine Fernsehserie
<i>Kind</i> (x)	... x ist ein Kind	<i>teletubbies</i>	... Teletubbies
<i>Lustig</i> (x)	... x ist lustig	<i>spongebob</i>	... Spongebob

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Es gibt lustige Kinder, die dann und nur dann Teletubbies schauen, wenn sie auch Spongebob schauen.
- b) Alle Kinder schauen die gleiche lustige Sendung.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &= \{\text{Tom, Anna, Flo, Karo, Spongebob, Teletubbies, Barbapapas,} \\ &\quad \text{12oder3, Niklas, Heidi}\} \\ I(\text{Kind}) &= \{\text{Tom, Flo, Karo}\} \\ I(\text{Lustig}) &= \{\text{Spongebob, Teletubbies, Barbapapas}\} \\ I(\text{Sendung}) &= \{\text{12oder3, Teletubbies, Niklas, Barbapapas, Heidi}\} \\ I(\text{SchautAn}) &= \{(\text{Tom, Heidi}), (\text{Tom, 12oder3}), \\ &\quad (\text{Flo, Barbapapas}), (\text{Flo, Heidi}), (\text{Flo, 12oder3}), \\ &\quad (\text{Anna, Barbapapas}), (\text{Anna, Teletubbies}), (\text{Anna, 12oder3}), \\ &\quad (\text{Karo, Heidi}), (\text{Karo, Spongebob})\} \\ I(\text{heidi}) &= \text{Heidi} \\ I(\text{niklas}) &= \text{Niklas} \end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

- c) $\forall x (\text{Kind}(x) \supset \text{SchautAn}(x, \text{heidi}))$
- d) $\exists x \forall y ((\text{Sendung}(y) \wedge \text{Lustig}(y)) \supset \text{SchautAn}(x, y))$
- e) $\forall x (\text{SchautAn}(x, \text{heidi}) \neq \text{SchautAn}(x, \text{niklas}))$
- f) $\exists x \exists y (\text{Kind}(x) \wedge \text{Sendung}(y) \wedge \text{SchautAn}(y, x))$

Aufgabe 5 (10 Punkte) Sei w^r das Spiegelwort zum Wort w , d.h., w^r ist das Wort w von hinten nach vorne gelesen. Beispielsweise gilt $(\text{abac})^r = \text{caba}$. Sei weiters L^r die Spiegelsprache zur Sprache L , die dadurch entsteht, dass jedes Wort in L gespiegelt wird: $L^r = \{w^r \mid w \in L\}$.

Sei $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ ein beliebiger deterministischer Automat und $L = \mathcal{L}(\mathcal{A})$ die von ihm akzeptierte Sprache. Geben Sie ein Verfahren an, um daraus einen Automaten \mathcal{A}^r für die Spiegelsprache zu erhalten; es soll also $\mathcal{L}(\mathcal{A}^r) = L^r$ gelten. Welche Eigenschaft regulärer Sprachen ergibt sich daraus? Lässt sich das Verfahren auch auf nicht-deterministische Automaten anwenden? Wenden Sie Ihr Verfahren auf den folgenden Automaten an und konstruieren Sie einen Automaten für die Spiegelsprache.

