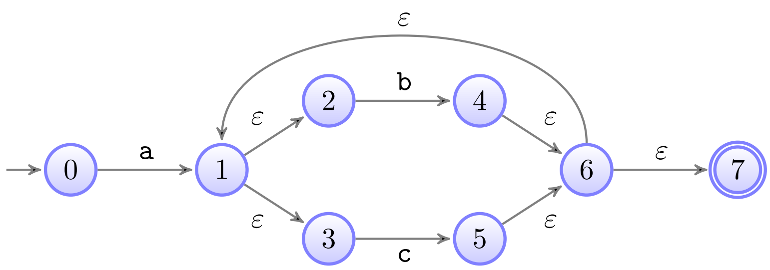
3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 WS 2012/SS 2013 24. Juni 2013			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Sei $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ ein nichtdeterministischer Automat mit der Übergangsrelation $\delta \subseteq Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times Q$, wie er in der Vorlesung besprochen wurde. Sei $\delta^* \subseteq Q \times \Sigma^* \times Q$ die entsprechende erweiterte Übergangsrelation. Der zu $\mathcal{A}$ gehörige Mystery-Automat $\hat{\mathcal{A}} = \langle \hat{Q}, \hat{\Sigma}, \hat{\delta}, \hat{q}_0, \hat{F} \rangle$ sei folgendermaßen definiert:

$$
\begin{aligned}
\hat{Q} &= Q \\
\hat{\Sigma} &= \Sigma \\
\hat{\delta} &= \{\, (q, s, q') \in (Q \times \Sigma \times Q) \mid (q, s, q') \in \delta^* \,\} \\
\hat{q}_0 &= q_0 \\
\hat{F} &= \{\, q \in Q \mid (q, \varepsilon, q_f) \in \delta^*,\ q_f \in F \,\}
\end{aligned}
$$

a) Spezifizieren Sie den zum folgenden Automaten gehörigen Mystery-Automaten in graphischer Notation.



b) Welche Eigenschaften besitzt der zu einem Automaten gehörige Mystery-Automat?

Aufgabe 2 (10 Punkte) Anna, Max und Tom verwenden folgendes Verfahren um zu entscheiden, wer von ihnen das letzte Stück Torte bekommt. Sie werfen solange eine Münze, bis eines der folgenden Muster auftritt:

- Bei Zahl-Kopf-Kopf-Kopf gewinnt Anna.
- Bei Kopf-Zahl-Kopf-Kopf gewinnt Max.
- Bei Kopf-Kopf-Zahl-Kopf gewinnt Tom.

Beschreiben Sie die möglichen Wurffolgen durch einen deterministischen endlichen Automaten, dessen Endzustände den Gewinner signalisieren. (Geben Sie an, welcher Endzustand welcher Person entspricht.)

Aufgabe 3 (10 Punkte) Sei $\mathcal{S}$ folgender Teil der Programmiersprache Scheme. Grundsätzlich bestehen Programme in $\mathcal{S}$ aus einer beliebigen Abfolge von Definitionen und Ausdrücken.

Es gibt zwei Arten von Definitionen: Variablendefinitionen und Definitionslisten. Eine Variablendefinition besteht aus runden Klammern, zwischen denen das Schlüsselwort `define`, eine Variable und ein Ausdruck stehen. Eine Definitionsliste ist ebenfalls geklammert, enthält aber das Schlüsselwort `begin` gefolgt von einer beliebigen Zahl von Definitionen.

Ausdrücke können Konstanten, Variablen, Konditionale oder Aufrufe sein. Als Konstanten sind ganze Dezimalzahlen, Zeichenketten sowie die Wahrheitswerte `true` und `false` zugelassen; Zeichenketten sind Folgen von Buchstaben und Ziffer zwischen einfachen Anführungszeichen. Variablen beginnen mit einem Buchstaben, dem Ziffern und weitere Buchstaben folgen können. Konditionale bestehen aus runden Klammern, zwischen denen sich das Schlüsselwort `if` gefolgt von zwei oder drei Ausdrücken befindet. Aufrufe sind eine geklammerte Folge von Ausdrücken (mindestens einem).

Beispiel eines (nicht besonders sinnvollen) Programmes aus $\mathcal{S}$:

```
(define ab 12)
(begin (define alwaysTrue true) (begin (define answer 42)))
(define mixedlist (1 2 3 'einString' true false))
(define min (if (smaller x y) x y))
(min (min 1 2) (min 3 4))
(define ifOhneElse (if true (add x y)))
```

Spezifizieren Sie $\mathcal{S}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit wie möglich Ebnf-Notationen und strukturieren Sie Ihre Grammatik, um sie übersichtlich zu halten.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Sechs Mitglieder der berüchtigten Panzerknacker-Bande verbüßen nach einem Raubzug eine Haftstrafe. *Babyface Knack* war nicht untätig und hat unter seinem Bett einen Fluchttunnel gegraben. Nun überlegt er, wen er mitnehmen soll.

„Ich brauche mindestens eine Person, die die Wärter im Auge behält. *Opa Knack* wird bereits nächste Woche entlassen, er wird daher den Ausbruch nicht riskieren. *Megabyte Knack* und *Karlchen Knack* streiten ständig miteinander, ich nehme sicher nicht beide zusammen mit. *Oma Knack* ist nicht gut zu Fuß, daher wird sie auf *Karlchen Knack* als Stütze bestehen, wenn sie mitkommt. *Schlabber Knack* tut nie das Gleiche wie *Karlchen Knack*; wenn Karlchen mitkommt, bleibt er sicher da. *Megabyte Knack* kommt dann und nur dann mit, wenn *Oma Knack* oder *Karlchen Knack* mitkommen.“

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Wer begleitet Babyface bei seinem Ausbruchsversuch? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien *Isst*/2, *Mädchen*/1, *Speise*/1 und *Gesund*/1 Prädikatensymbole sowie *salat* und *steak* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Isst}(x, y)$	… x isst y	$\mathit{Gesund}(x)$	… x ist gesund
$\mathit{Mädchen}(x)$	… x ist ein Mädchen	*salat*	… Salat
$\mathit{Speise}(x)$	… x ist eine Speise	*steak*	… Steak

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Manche Mädchen essen nur dann Steak, wenn sie auch gesunde Speisen essen.

b) Gesunde Mädchen essen manche Speisen, aber keinen Salat.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Anna}, \text{Tina}, \text{Mia}, \text{Sophie}, \text{Salat}, \text{Schnitzel}, \text{Spätzle}, \text{Suppe}, \\
&\quad\ \text{Steak}, \text{Spaghetti}, \text{Pizza}\} \\
I(\textit{Mädchen}) &= \{\text{Anna}, \text{Mia}, \text{Sophie}\} \\
I(\textit{Speise}) &= \{\text{Salat}, \text{Schnitzel}, \text{Suppe}, \text{Steak}\} \\
I(\textit{Gesund}) &= \{\text{Suppe}, \text{Salat}, \text{Pizza}, \text{Steak}\} \\
I(\textit{Isst}) &= \{(\text{Anna}, \text{Suppe}), (\text{Anna}, \text{Salat}), (\text{Anna}, \text{Spätzle}), \\
&\quad\ (\text{Mia}, \text{Schnitzel}), (\text{Mia}, \text{Salat}), (\text{Mia}, \text{Suppe}), \\
&\quad\ (\text{Tina}, \text{Pizza}), (\text{Tina}, \text{Salat}), (\text{Tina}, \text{Spaghetti}), \\
&\quad\ (\text{Sophie}, \text{Steak}), (\text{Sophie}, \text{Spaghetti})\} \\
I(\textit{salat}) &= \text{Salat} \\
I(\textit{steak}) &= \text{Steak}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\, (\textit{Isst}(x, \textit{salat}) \supset \textit{Isst}(x, \textit{steak}))$

d) $\forall x (\textit{Isst}(x, \textit{salat}) \not\equiv \textit{Isst}(x, \textit{steak}))$

e) $\exists x \exists y\, (\textit{Speise}(y) \wedge \textit{Mädchen}(x) \wedge \textit{Isst}(x, y))$

f) $\forall x \exists y\, (\textit{Gesund}(x) \supset (\textit{Mädchen}(y) \wedge \textit{Isst}(y, x)))$