3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS2012 17. September 2012			
Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (10 Punkte) Sind folgende Gleichungen für beliebige Sprachen L gültig? Falls ja, begründen Sie warum, falls nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an.

a) $L \cup \{\} = L \cdot \{\varepsilon\}$

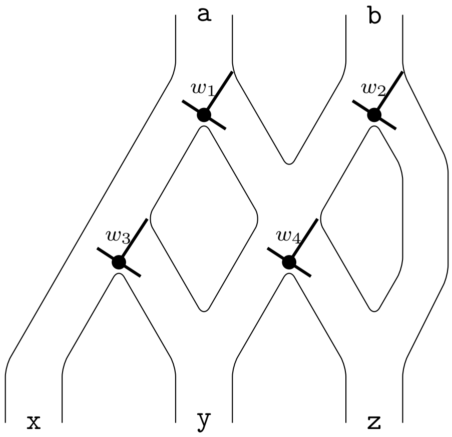
b) $\{\varepsilon\} \cdot L^* = L^+$

c) $(L \cdot L)^* = L^* \cdot L^*$

d) $L^+ \cup \{\varepsilon\} = L^* \cdot \{\}$

Aufgabe 2 (10 Punkte) Max erhält zum Geburtstag ein Knobelspiel, das aus einem Würfel und einer Stahlkugel besteht. Der Würfel besitzt oben zwei Löcher (bezeichnet mit `a` und `b`) und unten drei (bezeichnet mit `x`, `y` und `z`). Wirft man die Kugel bei einem der beiden oberen Löcher hinein, kommt sie bei einem der unteren drei wieder heraus. Die Aufgabe besteht nun darin das Loch vorherzusagen, bei dem die Kugel erscheinen wird. Um die Sache schwieriger zu gestalten, sind die Eingänge nicht fest mit den Ausgängen verbunden, sondern werden durch Weichen umgeleitet, die sich mit jeder vorbeikommenden Kugel verstellen.

Nach einiger Zeit verliert Max die Geduld und zerlegt den Würfel. Er findet vier Weichen (w_1 bis w_4) vor, die folgendermaßen angeordnet sind:



Bei der momentanen Weichenstellung werden die Kugeln nach links geleitet, sodass die Kugel vom Eingang `a` zum Ausgang `x` bzw. vom Eingang `b` zum Ausgang `y` rollen würde. Dabei würden die Weichen w_1 und w_3 bzw. w_2 und w_4 umgeschaltet werden. Wirft man etwa die Kugel viermal in den Eingang `a`, kommt sie zuerst bei Ausgang `x`, dann zweimal bei Ausgang `y` und schließlich bei Ausgang `z` zum Vorschein; die Weichen befinden sich danach wieder in der Ausgangsstellung.

Modellieren Sie das Verhalten dieses Spiels mit Hilfe eines Moore- oder Mealy-Automaten. Bei Eingabe eines Wortes über $\{\texttt{a}, \texttt{b}\}$ soll der Automat jene Ausgänge liefern, bei denen die Kugel erscheinen würde. Sie können die Übergangs- und Ausgabefunktion graphisch oder als Tabelle darstellen.

Berechnen Sie $\gamma^*(q_0, \texttt{aabaabb})$, wobei γ die Ausgabefunktion und q_0 den Anfangszustand Ihres Automaten bezeichnet.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Einfache Dokumente im Textsatzsystem LaTeX beginnen mit den Zeilen

`\documentclass` *Optionen* `{`*Art*`}`
`\begin{document}`

Danach folgt der eigentliche Dokumenteninhalt und die Schlusszeile

`\end{document}`

Art ist ein einzelner Name, wobei ein Name eine nicht-leere Folge von Ziffern, Klein- und Großbuchstaben ist. Die *Optionen* können entweder ganz fehlen oder sie sind eine in eckigen Klammern eingeschlossene nicht-leere Folge von Namen, die durch Beistriche getrennt werden.

Der Dokumentinhalt ist eine möglicherweise leere Folge von Texten, Aufzählungen und punktierten Listen in beliebiger Reihenfolge. Ein Text ist eine nicht-leere Folge von Buchstaben, Ziffern, Leerzeichen, Kommas, Punkten und Doppelpunkten. Aufzählungen beginnen mit

`\begin{enumerate}`

und enden mit

`\end{enumerate}`

Dazwischen liegt eine nicht-leere Folge von Listeneinträgen. Ein Listeneintrag besteht aus dem Kommando `\item` gefolgt von Texten, Aufzählungen und punktierten Listen in beliebiger Reihenfolge. Ist der Listeneintrag leer, besteht er nur aus `\item`. Eine punktierte Liste ist genauso aufgebaut wie eine Aufzählung, außer dass sie mit `\begin{itemize}` beginnt und mit `\end{itemize}` endet.

Sei $\mathcal{L}$ die Menge all solcher einfachen LaTeX-Dokumente. Ein Beispiel für ein derartiges Dokument ist das folgende.

```
\documentclass[a4paper,12pt]{article}
\begin{document}
Ich bin ein Text, dem eine punktierte Liste folgt:
\begin{itemize}
\item Listeneintrag
\item Aufzählung innerhalb eines Listeneintrags:
      \begin{enumerate}
      \item Schon wieder ein Eintrag.
      \end{enumerate}
\end{itemize}
\end{document}
```

Das Beispieldokument ist von der Art `article` mit den beiden Optionen `a4paper` und `12pt`. Der Dokumenteninhalt besteht aus einem Text und einer punktierten Liste. Diese enthält zwei Einträge, wobei der erste aus einem Text und der zweite aus einem Text und einer Aufzählung besteht. Die Aufzählung enthält nur einen Listeneintrag.

Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{L}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Linda und Martin möchten den September noch nutzen um auf Urlaub zu fahren. Optimalerweise soll die Reise günstig sein, an einen entfernt gelegenen Ort führen, und man soll sich sowohl entspannen als auch Wanderungen machen können. Zumindest zwei dieser Anforderungen sollen erfüllt sein. Zwecks Beratung suchen Linda und Martin ein Reisebüro auf. Folgende Überlegungen werden angestellt:

- Laut Reisebüro lassen sich günstig und weit entfernt nicht kombinieren.
- Die Reise soll eine Fernreise sein, außer es handelt sich um einen Wanderurlaub.
- Wenn es ein Wanderurlaub wird, dann muss es auf jeden Fall auch die Möglichkeit zum Entspannen geben.
- Wenn es ein Entspannungsurlaub wird, dann muss er günstig oder weit entfernt sein.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Finden Linda und Martin eine ihren Wünschen entsprechende Urlaubsdestination? Wenn ja, welche? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien *Interessiert*, *Schüler*, *Kreativ* und *Schulfach* Prädikatensymbole und *mathematik* und *englisch* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Interessiert}(x, y)$	... x interessiert sich für y	$\mathit{mathematik}$	... Mathematik
$\mathit{Schüler}(x)$	... x ist ein Schüler	$\mathit{englisch}$	... Englisch
$\mathit{Kreativ}(x)$	... x ist kreativ		
$\mathit{Schulfach}(x)$	... x ist ein Schulfach		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Manche kreative Schüler interessieren sich genau dann für Mathematik, wenn sie sich auch für Zeichnen interessieren.

b) Alle Schüler, die kreativ sind, interessieren sich für einige Schulfächer außer Mathematik.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Anna}, \text{Babsi}, \text{Chris}, \text{Erich}, \text{Mathematik}, \text{Deutsch}, \text{Geschichte}, \text{Englisch}, \\
&\quad\ \text{Zeichnen}, \text{Sport}, \text{Informatik}, \text{Physik}\} \\
I(\mathit{Schüler}) &= \{\text{Anna}, \text{Babsi}, \text{Erich}\} \\
I(\mathit{Schulfach}) &= \{\text{Mathematik}, \text{Geschichte}, \text{Deutsch}, \text{Zeichnen}\} \\
I(\mathit{Kreativ}) &= \{\text{Deutsch}, \text{Mathematik}, \text{Informatik}, \text{Zeichnen}\} \\
I(\mathit{Interessiert}) &= \{(\text{Anna}, \text{Deutsch}), (\text{Anna}, \text{Mathematik}), (\text{Anna}, \text{Englisch}), \\
&\quad\ (\text{Babsi}, \text{Geschichte}), (\text{Babsi}, \text{Mathematik}), (\text{Babsi}, \text{Deutsch}), \\
&\quad\ (\text{Chris}, \text{Informatik}), (\text{Chris}, \text{Mathematik}), (\text{Chris}, \text{Physik}), \\
&\quad\ (\text{Erich}, \text{Zeichnen}), (\text{Erich}, \text{Physik})\} \\
I(\mathit{mathematik}) &= \text{Mathematik} \\
I(\mathit{zeichnen}) &= \text{Zeichnen}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort mit einem konkreten Beispiel; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\,(Interessiert(x, mathematik) \supset Interessiert(x, zeichnen))$

d) $\forall x\,(Interessiert(x, mathematik) \not\equiv Interessiert(x, zeichnen))$

e) $\exists x \exists y (Schulfach(x) \land Schüler(y) \land \neg Interessiert(y, x))$

f) $\forall x \exists y (Kreativ(x) \supset (Schüler(y) \land Interessiert(y, x)))$