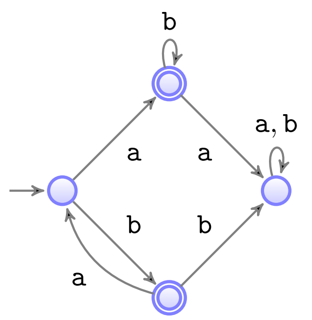
3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 SS2012 13. Juni 2012

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Sei w^r das Spiegelwort zum Wort w, d.h., w^r ist das Wort w von hinten nach vorne gelesen. Beispielsweise gilt $(\texttt{abac})^r = \texttt{caba}$. Sei weiters L^r die Spiegelsprache zur Sprache L, die dadurch entsteht, dass jedes Wort in L gespiegelt wird: $L^r = \{ w^r \mid w \in L \}$.

Sei $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ ein beliebiger deterministischer Automat und $L = \mathcal{L}(\mathcal{A})$ die von ihm akzeptierte Sprache. Geben Sie ein Verfahren an, um daraus einen Automaten $\mathcal{A}^r$ für die Spiegelsprache zu erhalten; es soll also $\mathcal{L}(\mathcal{A}^r) = L^r$ gelten. Welche Eigenschaft regulärer Sprachen ergibt sich daraus? Lässt sich das Verfahren auch auf nicht-deterministische Automaten anwenden? Wenden Sie Ihr Verfahren auf den folgenden Automaten an und konstruieren Sie einen Automaten für die Spiegelsprache.



Aufgabe 2 (10 Punkte) Typische Mikrowellenöfen besitzen folgende Funktionalität. Man öffnet die Tür um Speisen hineinzustellen; dabei geht das Licht in der Mikrowelle an und erlischt beim Schließen wieder. Danach stellt man die Heizzeit mit einem Timer (Schaltuhr) ein, woraufhin der Ofen zu heizen beginnt und das Licht im Ofen angeht. Öffnet man während der Heizphase die Tür, hört der Ofen zu heizen auf, setzt aber nach dem Schließen der Tür wieder fort. Der Timer kann auch während des Heizens betätigt werden, um die Heizzeit zu verlängern.

Modellieren Sie die Steuerung eines derartigen Mikrowellenofens mit Hilfe eines Moore- oder Mealy-Automaten. Eingangssignale sind U (Uhr/Timer ein), $\overline{U}$ (Timer aus), T (Tür auf) und $\overline{T}$ (Tür zu); Ausgangssignale sind HL (Hitze und Licht ein), $H\overline{L}$ (Hitze ein, Licht aus), $\overline{H}L$ (Hitze aus, Licht ein) und $\overline{HL}$ (Hitze und Licht aus). Gehen Sie davon aus, dass der Timer der Steuerung in regelmäßigen Abständen seinen Zustand (U oder $\overline{U}$) meldet; die Steuerung muss nicht selber die eingestellte Zeitdauer kennen oder überwachen.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Sei $\mathcal{M}$ folgende Teilmenge der Anweisungen der Programmiersprache Modula.

- Zuweisungen haben die Form b `:=` a
  b ist ein Bezeichner, der mit einem Buchstaben beginnt und auf den beliebig viele Buchstaben und Ziffern folgen können. a steht für einen Ausdruck.

- Blöcke besitzen die Form `BEGIN` m_1`;` ...`;` m_n `END`
  Dabei können $m_1, \ldots, m_n$ ($n \geq 1$) beliebige Anweisungen aus $\mathcal{M}$ sein, die durch einen Strichpunkt getrennt werden.

- Konditionale können folgende Formen annehmen:

  ```
  IF a1 THEN f1 END
  IF a1 THEN f1 ELSE f2 END
  IF a1 THEN f1 ELSIF a2 THEN f2 END
  IF a1 THEN f1 ELSIF a2 THEN f2 ELSE f3 END
  IF a1 THEN f1 ELSIF a2 THEN f2 ELSIF a2 THEN f3 END
  IF a1 THEN f1 ELSIF a2 THEN f2 ELSIF a2 THEN f3 ELSE f4 END
      ⋮
  ```

  Das heißt, dem If-Teil folgt immer ein Then-Teil, dann kommt eine beliebige Zahl von Elsif-Teilen, und zuletzt kann optional ein Else-Teil folgen. a_i steht dabei für Ausdrücke, f_i für Anweisungsfolgen der Form m_1`;` ...`;` m_n, wie sie auch bei Blöcken vorkommen.

- Exit-Anweisung bestehen nur aus dem Schlüsselwort `EXIT`.

- Schleifen sehen genauso aus wie Blöcke, außer dass das Schlüsselwort `LOOP` das Wort `BEGIN` ersetzt.

Beispiel eines Programms in $\mathcal{M}$:

```
LOOP
  X1 := a1;
  IF a2 THEN EXIT
  ELSIF a3 THEN X2 := a4
  END
END
```

Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{M}$ aller derartigen Anweisungen mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit wie möglich EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten und rekursive Regeln zu vermeiden.

Nehmen Sie an, dass es bereits Produktionen gibt, die es ermöglichen, aus dem Nonterminal *Ausdruck* die zulässigen Ausdrücke (wie a_1, a_2, ...) zu erzeugen. Es ist nicht notwendig, Leerzeichen und ähnliches (*white space*) zu berücksichtigen.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Nach bestandener Matura macht sich Susanne Gedanken darüber, was sie studieren könnte. Ihr Lieblingsfach in der Schule war Mathematik; Programmieren mochte sie nicht wirklich. Bei der Studienberatung erhält sie folgende Informationen.

- Mochte man in der Schule Mathematik, eignet man sich für ein Studium der Technischen Mathematik oder Informatik.

- Wenn man kein Interesse an der Programmierung hatte, sollte man Informatik meiden.

- Interesse an Mathematik und Programmieren spricht jedoch immer für ein Studium der Informatik.

- Man sollte (wegen der Arbeitsbelastung) nicht mit zwei Studien gleichzeitig beginnen.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Kann Susanne aus diesen Informationen Empfehlungen ableiten? Wenn ja, welche? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien *Kind*, *Isst*, *Süß* und *Obst* Prädikatensymbole und *apfel* und *banane* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Isst}(x, y)$	$\ldots$ x isst y	apfel	$\ldots$ Apfel
$\mathit{Kind}(x)$	$\ldots$ x ist ein Kind	banane	$\ldots$ Banane
$\mathit{Süß}(x)$	$\ldots$ x ist süß		
$\mathit{Obst}(x)$	$\ldots$ x ist Obst		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle süßen Kinder essen nie gleichzeitig Äpfel und Bananen.

b) Einige Kinder essen jedes süße Obst außer Äpfel.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Jan, Kathi, Lisa, Martin, Ananas, Apfel, Banane, Erdbeere, Kiwi} \\
&\quad\ \text{Orange, Zitrone, Schokolade}\} \\
I(\mathit{Kind}) &= \{\text{Jan, Lisa, Martin}\} \\
I(\mathit{Süß}) &= \{\text{Ananas, Banane, Erdbeere, Schokolade}\} \\
I(\mathit{Obst}) &= \{\text{Ananas, Apfel, Banane, Kiwi, Orange, Zitrone}\} \\
I(\mathit{Isst}) &= \{(\text{Jan, Schokolade}), (\text{Jan, Kiwi}), (\text{Jan, Erdbeere}), \\
&\quad\ (\text{Kathi, Kiwi}), (\text{Kathi, Banane}), (\text{Kathi, Schokolade}), \\
&\quad\ (\text{Lisa, Apfel}), (\text{Lisa, Ananas}), (\text{Lisa, Erdbeere}), \\
&\quad\ (\text{Martin, Kiwi}), (\text{Martin, Schokolade})\} \\
I(\mathit{apfel}) &= \text{Apfel} \\
I(\mathit{kiwi}) &= \text{Kiwi}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort mit einem konkreten Beispiel; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x\, (\mathit{Isst}(x, \mathit{apfel}) \wedge \neg \mathit{Isst}(x, \mathit{kiwi}))$

d) $\forall x\, (\mathit{Isst}(x, \mathit{apfel}) \not\equiv \mathit{Isst}(x, \mathit{kiwi}))$

e) $\exists x \exists y (\mathit{Kind}(x) \wedge \mathit{Obst}(y) \wedge \mathit{Isst}(x, y))$

f) $\forall x \exists y (\mathit{Süß}(x) \supset (\mathit{Kind}(y) \wedge \mathit{Isst}(y, x)))$