

<b>3.0/2.0 VU Formale Modellierung</b> 185.A06 SS 2016/WS 2016 19. Dez. 2016			
Matrikelnummer	Familiename	Vorname	Gruppe <b>A</b>

**Aufgabe 1 (10 Punkte)** Die *B-Sprache*, auch *Bebe-Sprache* oder *Bebe-Sprabachebe* genannt, ist eine bei Kindern beliebte Geheimsprache, bei der die normale Sprache nach folgenden Regeln verfremdet wird.

- Vokale werden verdoppelt und es wird der Buchstabe „b“ eingeschoben. Zum Beispiel ergibt sich aus dem Wort **hallo** das Geheimwort **haballobo**.  
Vokale im Deutschen: a, e, i, o, u, y; die Umlaute ä, ö und ü lassen wir der Einfachheit halber weg.
- Zwielaute (Diphthongen) wird „ab“ vorangestellt. So wird aus **bauer** das Geheimwort **babaueber**, aus **mais** wird **mabais**., u.s.w.  
Zwielaute im Deutschen: ai, au, ay, ei, ey, eu, und ui; die Variante äu lassen wir der Einfachheit halber weg.
- Das lange I, „ie“, zählt als Vokal, dem „ib“ vorangestellt wird. Aus **dieb** ergibt sich somit **dibieb**.

Geben Sie einen endlichen Automaten an, der jene Zeichenfolgen über dem Alphabet  $\{a, \dots, z, \_ \}$  akzeptiert, die diese Regeln befolgen. Beispielsweise soll der Automat das Wort **deber\_babaueber\_eberntebet\_deben\_mabais** akzeptieren, nicht aber das Wort **der\_bauer\_erntet\_den\_mais**.

**Aufgabe 2 (10 Punkte)** Laura, Mark und Nicole gehen nach der Vorlesung meist gemeinsam abendessen. Wir wollen wissen, wer von ihnen zum Essen gerne Bier trinkt, es gibt aber nur folgende Informationen.

- Wenn Laura ein Bier bestellt, bestellt auch Mark eines.
  - Es kann vorkommen, dass Mark oder Nicole ein Bier bestellen, aber nie beide zusammen.
  - Hingegen bestellt Laura oder Nicole sicher ein Bier, oft auch beide.
  - Nicole bestellt nur dann ein Bier, wenn Laura es auch tut.
- a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Wer der drei trinkt zum Essen gerne Bier? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

**Aufgabe 3 (10 Punkte)** Seien  $Bekämpft/2$ ,  $Jedi/1$ ,  $Sith/1$  und  $Dunkel/1$  Prädikaten-symbole sowie  $yoda$  ein Konstantensymbol mit folgender Bedeutung:

$Jedi(x)$	... $x$ ist ein Jedi-Ritter	$Bekämpft(x, y)$	... $x$ bekämpft $y$
$Sith(x)$	... $x$ ist ein Sith	$yoda$	... Yoda
$Dunkel(x)$	... $x$ ist dunkel		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- Es gibt dunkle Sith, die alle Jedi-Ritter bekämpfen.
- Kein Jedi-Ritter bekämpft alle Sith.

Sei weiters folgende Interpretation  $I$  gegeben:

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &= \{\text{Obi-Wan, Yoda, Luke, Anakin, DarthVader, DarthBane, DarthMaul,} \\ &\quad \text{DarthTyrannus, DarthSidious, Yaddle}\} \\ I(Jedi) &= \{\text{Obi-Wan, Yoda, Luke, DarthVader, Yaddle}\} \\ I(Sith) &= \{\text{DarthVader, DarthBane, DarthMaul, DarthTyrannus}\} \\ I(Dunkel) &= \{\text{DarthBane, DarthVader, Anakin}\} \\ I(Bekämpft) &= \{(\text{Obi-Wan, DarthTyrannus}), (\text{Obi-Wan, DarthBane}), (\text{Obi-Wan, DarthMaul}), \\ &\quad (\text{Yoda, DarthMaul}), (\text{Yoda, DarthTyrannus}), \\ &\quad (\text{Luke, Anakin}), (\text{Luke, DarthTyrannus}), \\ &\quad (\text{DarthVader, Luke}), (\text{DarthVader, DarthVader}), \\ &\quad (\text{Anakin, Obi-Wan}), (\text{Anakin, Luke}), (\text{Anakin, DarthVader}), \\ &\quad (\text{DarthBane, Obi-Wan}), (\text{DarthBane, Luke}), (\text{DarthBane, Yoda}), \\ &\quad (\text{DarthSidious, Yaddle})\} \\ I(luke) &= \text{Luke} \\ I(darthvader) &= \text{DarthVader} \end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

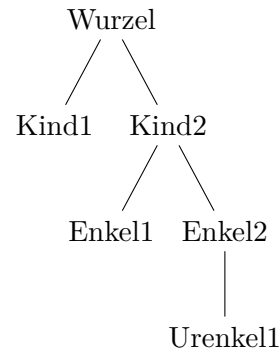
- $\exists x (Dunkel(x) \wedge Sith(x) \wedge (Bekämpft(x, luke) \neq Bekämpft(x, darthvader)))$
- $\forall x \exists y (Jedi(x) \wedge Sith(y) \wedge Bekämpft(x, y))$
- $\forall x (Dunkel(x) \supset Bekämpft(x, luke))$
- $\forall x (Jedi(x) \supset \exists y (Sith(y) \wedge Bekämpft(y, x)))$

**Aufgabe 4 (10 Punkte)** Baumdiagramme können in  $\text{\LaTeX}$  mit dem Paket TikZ erstellt werden. Beispielsweise kann ein einfacher Baum mit vier Ebenen folgendermaßen beschrieben werden.

```

\begin{tikzpicture}
  \node{Wurzel}
    child{node{Kind1}}
    child{node{Kind2}
      child{node{Enkel1}}
      child{node{Enkel2}
        child{node{Urenkel1}}
      }
    };
\end{tikzpicture}

```



Die Beschreibungen sind zwischen `\begin{tikzpicture}` und `\end{tikzpicture}` eingeschlossen. Jeder Knoten beginnt mit dem Schlüsselwort `node`. Danach folgt die Bezeichnung, die aus Buchstaben und Ziffern besteht, in geschwungenen Klammern. Im Anschluss an einen Knoten werden seine Unterbäume aufgelistet. Jeder Unterbaum beginnt mit dem Schlüsselwort `child`, dem in geschwungenen Klammern ein weiterer Knoten mit dessen Unterbäumen folgt. Dem Schlüsselwort `node` des Wurzelknotens geht ein verkehrter Schrägstrich (`\`) voraus; dem letzten Unterbaum folgt ein Strichpunkt (`;`).

Sei  $\mathcal{L}$  die Menge derartiger einfacher TikZ-Baumbeschreibungen. Spezifizieren Sie die Sprache  $\mathcal{L}$  mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

Handelt es sich bei  $\mathcal{L}$  um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 5 (10 Punkte)** Wir nennen eine kontextfreie Grammatik  $G = \langle V, T, P, S \rangle$  *Automatengrammatik*, falls  $P \subseteq V \times (T^* \cdot (V \cup \{\varepsilon\}))$  gilt.

- Geben Sie zwei Beispiele für Automatengrammatiken an.
- Geben Sie zwei Beispiele für kontextfreie Grammatiken an, die keine Automatengrammatiken sind.
- Beschreiben Sie ein allgemeines Verfahren, um zu einer gegebenen Automatengrammatik einen endlichen Automaten zu konstruieren, der die Sprache der Grammatik akzeptiert.