3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 WS 2012 22. April 2013

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte) SAT-Solver sind Programme, die aussagenlogische Formeln auf Erfüllbarkeit testen. Typische SAT-Solver erhalten als Eingabe eine Formel in konjunktiver Normalform und liefern die Antwort „erfüllbar" bzw. „unerfüllbar". Im ersten Fall wird eine erfüllende Variablenbelegung als Nachweis für die Erfüllbarkeit ausgegeben.

Beispiel: Für die konjunktive Normalform $F = (A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$ liefern SAT-Solver die Antwort „erfüllbar" und eine der Variablenbelegungen $I_1(A) = I_1(B) = 1$ oder $I_2(A) = I_2(B) = 0$.

a) Wie lässt sich eine Konsequenzbeziehung $F_1, \ldots, F_n \models G$ mit Hilfe eines derartigen SAT-Solvers überprüfen? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) SAT-Solver liefern in der Regel nur eine einzige erfüllende Variablenbelegung. Die weiteren werden nicht ausgegeben, da das die verwendeten Verfahren nicht unterstützen. Was muss man tun, um diese dennoch mit Hilfe des SAT-Solvers berechnen zu können? Beschreiben Sie Ihre Methode und erläutern Sie sie an Hand des oben angeführten Beispiels. Begründen Sie die Korrektheit Ihrer Methode.

   Hinweis: Überlegen Sie, wie die Eingabeformel abgeändert werden muss, um andere Variablenbelegungen als die bereits berechnete zu erhalten.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Sei Σ das Alphabet $\{\mathtt{d}, \mathtt{i}, \mathtt{s}, \mathtt{u}, \mathtt{x}\}$ und L die Menge aller Wörter über Σ, in denen `susi` oder `sid` als Teilwort vorkommt.

a) Geben Sie einen Posix Extended Regular Expression an, der die Sprache L beschreibt.

b) Geben Sie einen nichtdeterministischen Automaten an, der die Sprache L akzeptiert. Der Automat soll der Definition der Sprache direkt entsprechen, sodass die Korrektheit der Modellierung unmittelbar einsichtig ist.

c) Konstruieren Sie mit Hilfe des in der Vorlesung besprochenen Determinisierungsverfahrens zu Ihrem nichtdeterministischen Automaten einen äquivalenten deterministischen.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Sei $\mathcal{E}$ die Sprache der POSIX Extended Regular Expressions, wobei nur die in der folgenden Tabelle angeführten Sprachelemente zugelassen sind.

regexp	trifft zu auf	*regexp*	trifft zu auf
$\backslash s$	Zeichen s	rr'	r gefolgt von r'
s	s, falls kein Sonderzeichen	$r\,\vert\,r'$	r oder r'
`.`	alle Zeichen	r`*`	≥ 0 Mal r
`[`$s_1 \cdots s_n$`]`	ein Zeichen aus $\{s_1, \ldots, s_n\}$	r`+`	≥ 1 Mal r
`(`r`)`	r	r`?`	≤ 1 Mal r

Weiters ist das Alphabet auf die Zeichen `A`, `9`, `\`, `.`, `[`, `]`, `(`, `)`, `|`, `*`, `+`, `?` und `!` eingeschränkt, es besteht also nur aus den in der Tabelle auftretenden Sondersymbolen sowie aus den drei Symbolen `A`, `9` und `!`.

Beispiel: Das Wort `([A9.]*(!|\?)?)+` liegt in der Sprache $\mathcal{E}$.

Spezifizieren Sie die Sprache der Posix Extended Regular Expressions mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit als möglich Ebnf-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten und rekursive Regeln zu vermeiden.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Horatio Caine und sein CSI-Team werden zu einem Tatort gerufen. Ein Mann wurde erschossen in seinem Arbeitszimmer aufgefunden. Er ist über den Schreibtisch gesunken, neben ihm liegt ein Revolver. Horatio analysiert mit seinem Team die Situation.

- Eine vorgefundene Waffe bedeutet, dass es Mord oder Selbstmord war.
- Wenn wir eine Waffe finden, aber keine Einbruchsspuren, dann kann es nur Selbstmord gewesen sein.
- Es kann nicht Mord und Selbstmord gleichzeitig gewesen sein.
- Wenn es Einbruchspuren gibt, dann wurde entweder auch eine Waffe gefunden oder es war Mord (beides ist nicht möglich).

a) Formalisieren Sie die Argumente der Ermittler inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der Aussagenvariablen an.

b) Finden Horatio Caine und sein Team heraus, ob es Mord oder Selbstmord war? Wenn ja, was war es? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Seien $\mathit{Betreibt}/2$, $\mathit{Sportler}/1$, $\mathit{Sportlich}/1$ und $\mathit{Aktivität}/1$ Prädikatensymbole sowie *schlafen*, *schwimmen* und *fotografieren* Konstantensymbole mit folgender informeller Bedeutung:

$\mathit{Betreibt}(x,y)$	$\ldots$ x betreibt y	*schlafen*	$\ldots$ schlafen
$\mathit{Sportler}(x)$	$\ldots$ x ist ein Sportler	*schwimmen*	$\ldots$ schwimmen
$\mathit{Sportlich}(x)$	$\ldots$ x ist sportlich	*fotografieren*	$\ldots$ fotografieren
$\mathit{Aktivität}(x)$	$\ldots$ x ist eine Freizeitaktivität		

Verwenden Sie diese Symbole, um die nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Sportler können nicht gleichzeitig schlafen und schwimmen.

b) Manche Sportler betreiben alle sportlichen Freizeitaktivitäten.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Krankl}, \text{Auer}, \text{Falk}, \text{Guggi}, \text{Schwimmen}, \text{Radfahren}, \text{Schlafen},\\
&\quad \text{Lesen}, \text{Malen}, \text{Fotografieren}\}\\
I(\mathit{Sportler}) &= \{\text{Auer}, \text{Falk}, \text{Guggi}\}\\
I(\mathit{Sportlich}) &= \{\text{Schwimmen}, \text{Radfahren}, \text{Schlafen}\}\\
I(\mathit{Aktivität}) &= \{\text{Lesen}, \text{Schlafen}, \text{Schwimmen}, \text{Malen}, \text{Fotografieren}\}\\
I(\mathit{Betreibt}) &= \{(\text{Krankl}, \text{Fotografieren}), (\text{Krankl}, \text{Lesen}),\\
&\quad (\text{Auer}, \text{Schwimmen}), (\text{Auer}, \text{Radfahren}), (\text{Auer}, \text{Schlafen}),\\
&\quad (\text{Falk}, \text{Schlafen}), (\text{Falk}, \text{Schwimmen}), (\text{Falk}, \text{Malen}),\\
&\quad (\text{Guggi}, \text{Lesen}), (\text{Guggi}, \text{Schwimmen}), (\text{Guggi}, \text{Radfahren})\}\\
I(\mathit{schlafen}) &= \text{Schlafen}\\
I(\mathit{schwimmen}) &= \text{Schwimmen}\\
I(\mathit{fotografieren}) &= \text{Fotografieren}
\end{aligned}
$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort mit einem konkreten Beispiel; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x(\mathit{Betreibt}(x, \mathit{schlafen}) \land \neg \mathit{Betreibt}(x, \mathit{schwimmen}))$

d) $\exists x(\mathit{Betreibt}(x, \mathit{fotografieren}) \supset \mathit{Betreibt}(x, \mathit{schwimmen}))$

e) $\forall x \exists y(\mathit{Aktivität}(x) \supset (\mathit{Sportler}(y) \land \mathit{Betreibt}(y, x)))$

f) $\forall x(\mathit{Betreibt}(x, \mathit{schwimmen}) \not\equiv \mathit{Betreibt}(x, \mathit{fotografieren}))$