3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 WS 2011/SS2012 23. Mai 2012

Matrikelnummer	Familienname	Vorname	Gruppe
			B

Aufgabe 1 (10/6 Punkte) Sei e der POSIX Extended Regular Expression `[bc]*(ba)+?`.

a) Übersetzen Sie e in algebraische Notation.

b) Geben Sie einen endlichen Automaten an, der dieselbe Sprache beschreibt wie e. Verwenden Sie nicht mehr als drei ε-Übergänge.

Aufgabe 2 (15/11 Punkte) Ein zweistöckiges Haus (Erdgeschoß, 1. und 2. Stock) besitzt einen Aufzug. In jedem Stockwerk gibt es einen Knopf, um den Aufzug zu rufen. In der Aufzugskabine kann das gewünschte Ziel mit einem von drei Knöpfen angegeben werden. Für die Aufzugssteuerung ist es gleichbedeutend, ob im Erdgeschoß der Knopf außen oder in der Kabine der Erdgeschoß-Knopf gedrückt wird; analog für die anderen Knöpfe innen und außen. Die Aufzugssteuerung ist in der Lage sich mehrere Aufträge zu merken. Werden etwa im Erdgeschoß in der Kabine nacheinander die Knöpfe für 2. und 1. Stock (oder umgekehrt) gedrückt, steuert die Kabine zuerst den 1. und dann den 2. Stock an (die Steuerung optimiert die Aufträge). Aufträge, die das Stockwerk betreffen, in dem sich die Kabine bereits befindet, werden ignoriert. Liegt kein Auftrag vor, bleibt die Kabine im zuletzt gewählten Stockwerk. Wird die Anlage eingeschaltet, wartet die Kabine im Erdgeschoß auf den ersten Auftrag.

Zusätzlich zu den drei Signalen, die den Stockwerken entsprechen, verarbeitet die Steuerung noch das Signal „Türe schließt“. Dieses wird automatisch einige Sekunden nach Betätigen der Tasten und Freiwerden der Tür generiert und bewirkt, dass die Türe schließt und die Kabine in das nächstliegende Stockwerk fährt, für das ein Auftrag vorliegt. Gibt es keinen Auftrag, wird das Signal ignoriert. Wird nach „Türe schließt“ noch eine Stockwerktaste betätigt, beeinflusst das die Zielwahl nicht mehr; die Taste wird so behandelt, als wäre sie nach Ankunft im Zielstockwerk gedrückt worden. Liegen in einem Stockwerk Aufträge für Ziele in entgegengesetzten Richtungen vor, wird zuerst der ältere Auftrag ausgeführt.

Aufgabe: Beschreiben Sie das Verhalten der Aufzugssteuerung durch einen endlichen Automaten. Der Automat befindet sich in einem Endzustand, wenn alle Aufträge ausgeführt wurden und der Aufzug auf einen neuen wartet. Ihr Automat soll selber keine Signale generieren sondern nur das Verhalten der Steuerung beschreiben; es ist also kein Transducer gefragt.

Beispiel: Die Kabine befinde sich im Erdgeschoß. Es werden nacheinander die Tasten „2.Stock“, „Erdgeschoß“ und „1.Stock“ gedrückt (entweder in der Kabine oder außen im jeweiligen Stockwerk), ehe die „Türe schließt“. Der Auftrag „Erdgeschoß“ wird ignoriert, da sich die Kabine bereits dort befindet. Das erste Ziel ist der 1.Stock. Während des Aufenthalts dort (oder auf der Fahrt dorthin) ruft jemand im Erdgeschoß erneut den Aufzug. Die Kabine fährt dennoch zuerst in den 2.Stock, da dies der ältere Auftrag ist und das Erdgeschoß in entgegengesetzer Richtung liegt. Erst danach fährt die Kabine in das Erdgeschoß. Wenn `E`, `1`, `2` und `T` die jeweiligen Signale bezeichnen, liegt somit das Wort `2E1TETT` in der Sprache, die der Automat beschreibt.

Aufgabe 3 (15/11 Punkte) Sei $\mathcal{E}$ folgende Teilmenge der POSIX Extended Regular Expressions.

- Jeder Buchstabe und jede Ziffer ist ein Ausdruck in $\mathcal{E}$, ebenso wie Ausdrücke der Form `[`$s_1 \cdots s_n$`]`, wobei die s_i Buchstaben oder Ziffern sein müssen und $n \geq 1$ gilt.
- Ausdücke mit dem nachgestellten Operator `*`, `+` oder `?` sind Ausdrücke in $\mathcal{E}$, ebenso wie Ausdrücke in runden Klammern.
- Stellt man mehrere Ausdrücke aus $\mathcal{E}$ ohne Trennzeichen oder mit dem Trennsymbol `|` (senkrechter Strich) nebeneinander, erhält man wieder einen Ausdruck aus $\mathcal{E}$.

Beispiel: `([abc]*(1|2)?)+` ist ein Ausdruck in $\mathcal{E}$.

Aufgabe: Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{E}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit als möglich EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten und rekursive Regeln zu vermeiden.

Aufgabe 4 (15/11 Punkte) Donald Duck möchte einen neues Auto kaufen. Das Auto soll billig, schön, sicher oder schnell sein, wobei es mindestens zwei dieser Eigenschaften erfüllen soll. Dabei gehen ihm die folgenden Gedanken durch den Kopf:

- Wenn das Auto schnell ist, muss es auf jeden Fall auch schön sein.
- Das Auto ist nicht schön, wenn es billig ist.
- Donald will auf jeden Fall entweder ein sicheres oder ein schnelles Auto, aber nicht beides.
- Das Auto ist nicht gleichzeitig sicher und billig.

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung jeder Aussagenvariablen an.

b) Findet Donald ein Auto, das er aufen möchte? Wenn ja, welche(s)? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (15/11 Punkte) Seien *Liebt*, *Kind*, *Intelligent* und *Haustier* Prädikatensymbole und *minka* und *bello* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Liebt}(x, y)$	... x liebt y	*minka*	... Minka
$\mathit{Kind}(x)$	... x ist ein Kind	*bello*	... Bello
$\mathit{Intelligent}(x)$	... x ist intelligent		
$\mathit{Haustier}(x)$	... x ist ein Haustier		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle intelligenten Kinder lieben Minka und Bello.

b) Manche Kinder lieben alle intelligenten Haustiere.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Martin}, \text{Nina}, \text{Karl}, \text{Iris}, \text{Minka}, \text{Garfield}, \text{Bello}, \text{Ami}, \text{Wellensittich}, \\
&\quad \text{Wuschel}, \text{Tweety}, \text{Coco}\} \\
I(\mathit{Kind}) &= \{\text{Martin}, \text{Nina}, \text{Iris}\} \\
I(\mathit{Intelligent}) &= \{\text{Martin}, \text{Nina}, \text{Karl}, \text{Minka}, \text{Garfield}, \text{Ami}, \text{Wellensittich}\} \\
I(\mathit{Haustier}) &= \{\text{Minka}, \text{Garfield}, \text{Ami}, \text{Wuschel}, \text{Coco}\} \\
I(\mathit{Liebt}) &= \{(\text{Martin}, \text{Coco}), (\text{Martin}, \text{Garfield}), \\
&\quad (\text{Nina}, \text{Coco}), (\text{Nina}, \text{Martin}), \\
&\quad (\text{Iris}, \text{Coco}), (\text{Iris}, \text{Iris}), (\text{Iris}, \text{Minka}), \\
&\quad (\text{Karl}, \text{Coco}), (\text{Karl}, \text{Ami})\} \\
I(\mathit{iris}) &= \text{Iris} \\
I(\mathit{coco}) &= \text{Coco}
\end{aligned}$$

Geben Sie an, ob die nachfolgenden Formeln in dieser Interpretation wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\exists x \mathit{Liebt}(x, \mathit{iris})$

d) $\forall x \mathit{Liebt}(x, \mathit{coco})$

e) $\exists x \exists y (\mathit{Intelligent}(x) \land \mathit{Kind}(x) \land \mathit{Liebt}(x, y))$

f) $\forall x \exists y (\mathit{Kind}(x) \supset (\mathit{Intelligent}(y) \land \mathit{Liebt}(x, y))$